GUILELMI OUGHTRED

ÆTONENSIS,

quondam Collegii Regalis
in CANTABRIGIA Socii,

CLAVIS MATHEMATICÆ DENVO LIMATA,

Sive potius

FABRICATA.

Cum aliis quibuſdam ejuſdem Commentationibus, quæ in ſequenti pagina recenſentur.

Editio quarta auctior & emendatior.

OXONIÆ,

Typis *LICHFIELDIANIS*, Acad. Typog.
Veneunt apud JOH. CROSLEY, & AMOS CURTEYNE. 1667.

Symbola Explicata.

$\overset{\circ}{0}$ ... Index unitatum.

1.2.3 &c... Indices positiui. integrorum

$\bar{1}.\bar{2}.\bar{3}$ &c... Indices priuatiui. partium

$\llcorner$ .... linea separatrix, quae partes separat a b integris.

$+$ ..... plus ... seu. Signum affirmatiuum.

$-$ ..... minus ... seu ... Signum negatiuum.

$\times$ ..... in ... seu nota multiplicationis.

$\frac{\circ}{\circ}$ ..... nota diuisionis superioris per inferiorem

ω .... ultim' termin' continue proportionalium.

Z .... Summa continue proportionalium.

$\alpha, \beta,$ ... primi termini continuë proportionaliun.

$\alpha, \beta:$ ... id est. α ad β.

$\div\!\!\div$ ... sicut. uel, uti. uel nota continuae proportionis.

$\alpha, \beta: \div\!\!\div \beta, \frac{\beta q}{\alpha}$ .. idest. α ad β. uti β ad $\frac{\beta q}{\alpha}$.

$=$ .... Nota aequalitatis.

A .... major Terminus

E ..... minor. Termin'.

Æ ..... Rectangulum sub ipsis.

Z ..... Summa Terminorum.

X ..... differentia ipsorum.

Z .... Summa quadratorum.

X ..... differentia quadratorum.

Zq ..... quadratum summae.

Xq ..... quadratum differenae.

Z ..... Summa cuborum

X ..... differentia cuborum.

A.M.E ..... tres continue proportionales

A,M,N,E ..... quatuor continue proportionales

Q: C: QQ: QC: ... potestates.

γ ..... Radix potestatis simplicis. seu lat'

γb ..... lat' binomii

γr ..... lat' residui.

GUILELMI OUGHTRED

ÆTONENSIS,

quondam Collegii Regalis

in CANTABRIGIA Socii,

CLAVIS MATHEMATICÆ

DENVO LIMATA,

Sive potius

FABRICATA.

Cum aliis quibuſdam ejuſdem Commentationibus, quæ in ſequenti pagina recenſentur.

Editio quarta auctior & emendatior.

OXONIÆ,

Typis *LICHFIELDIANIS*, Acad. Typog.
Veneunt apud JOH. CROSLEY, & AMOS CURTEYNE. 1667.

29
MAR
1923

Tractatus, qui ſequuntur, hi ſunt.

I. *Clavis Mathematicæ:*

II. *Æquationum affectarum Reſolutio: ubi etiam multa de Logarithmorum uſu interſeruntur.*

III. *Elementi Decimi Euclidis Declaratio*

IV. *De Solidis Regularibus Tractatus.*

V. *De Anatociſmo.*

VI. *Regula Falſi, Demonſtrata.*

VII. *Theorematum Archimedis, de Sphæra & Cylindro, Declaratio.*

VIII. *Horologiographia Geometrica.*

AD LECTOREM PRÆFATIO
Editioni tertiæ præfixa.

CONſcripſi olim in Familia illuſtriſſimi nuper Comitis *Arundeliæ* & *Surriæ*, cum ex filiis ejus alteri in diſciplinis Mathematicis exponendis deſervierim, ordinem quendam, qui mihi ad myſteria Mathematica videbatur appoſitiſſimus, ut ſtudioſorum, qui ipſum ſecuturi ſunt, animi ſcientiis illis, non leviter & ſuperficie tenùs tingantur, ſed intimè & radicitùs imbuantur. Hunc meum ordinem multorum virorum doctorum, maximè verò nobiliſſimi illius eruditiſſimíque Dni *Caroli Cavendiſh* hortatu, in publicum ſub titulo *CLAVIS MATHEMATICÆ* primò emiſi. Tractatus quidem ille, non methodo (ſicut vulgò fit) Synthetica, per Theoremata atque Problemata longo verborum ambitu deſcriptus, ſed via inventionis Analytica, (ita ut totus ſit quaſi demonſtratio continua nexibus firmiſſimis compaginata) & non tam verbis quàm rerum ſpeciebus depictus, primo adſpectu difficultatem peperit in multis, qui forma tradendi inuſitata territi, Chimæram aut Sphyngem aliquam

aliquam imaginabantur: Verùm ſiquis, præjudicii hæc terriculamenta adſpernatus, attentè præſentíque animo hanc viam ingrediatur, rem videbit maximè facilem & conſpicuam. Nam ſpecioſus hic atque ſymbolicus modus, nec memoriam verborum multiplicitate torquet, nec phantaſiam rerum multarum comparatione atque dijudicatione onerat ac diſtrahit; ſed operationis atque argumentationis totius proceſſum conſpectui repræſentans: Theorema denique profert, non uni tantum genti intelligendum, ſed omnium, quotquot ſunt ubique terrarum, nationum linguis (modò de notis conſtet) efferendum.

Animi quidem mei ſenſus & votum, tum in prima Clavis meæ formatione, tum in ſecunda limatione, ſive potius nova fabricatione, fuit, ut Matheſeos ſtudioſis quaſi Ariadnes filum porrigerem, quo ad intima harum ſcientiarum adyta deducantur, & ad optimos antiquiſſimóſque Authores, *Euclidem*, *Archimedem*, *Apollonium Pergæum* magnum illum Geometram, *Diophantum*, ac reliquos, facilius penitiúſque intelligendos dirigantur; eorumque non propoſitiones modo addiſcant, quod pleriſque Mathematicis ſcientiæ quaſi culmen eſt & faſtigium; Sed etiam percipiant qua ſolertia, quibus æquationum, interpretationum, comparationum, reductionum, converſionum atque diſquiſitionum moliminibus priſci illi heroës ſcientiam hanc pulcherrimam ornaverint, auxerint, invenerint.

Mihi quidem in illis legendis verſanti, & demonſtrationes ingenioſiſſimas ex incogitatis & inexpectatis,

tis, ſed divino quodam artificio conquiſitis, principiis adeò affabrè concinnatas animadvertenti admirantíque ſtupor incidit, unde tanta exiſteret imaginationis vis, quæ tam immenſam conſequentiarum molem ſuſtinere poſſet, faceréque ut tot res, tam longe diſſitæ animo ſimul obverſentur, & quaſi ultrò in argumenti unius ſtructuram coëant atque conſidant.

Quapropter ut ipſas res clariùs intuerer, propoſitiones & demonſtrationes verborum integumentis exutas, brevibus tantùm ſymbolis ac notis, oculis etiam ipſis uno obtutu perſpiciendas deſignavi. Tum Theorematum affectiones varias in æqualitate, proportione, affinitate, atque dependentia, conferendo nova elicere tentavi. Denique quæſtiones conſimiles problematicè fingendo, eaſque quaſi jam confectas, via Analytica in ſua principia reſolvendo, rationes ac media, quibus conſtruantur inveſtigavi. Hinc tandem (non niſi plurimorum annorum uſu atque experientia) præceptorum illa qualiſcunque ſeges emerſit.

Non erat mihi animus, jam ad extremam ſenectutem appropinquanti, poſt *primam* hujuſce Clavis Editionem, in hanc iterum arenam prodiiſſe. Sed Venerabilis Vir Dn: *Sethus Ward*, Collegii Sidneienſis in *A*cademia Cantabrigienſi tum Socius, nunc in Oxonienſi Profeſſor *A*ſtronomiæ Savilianus, Vir prudens, pius, ingenuus, nec Matheſi ſolùm, ſed & omni politioris literaturæ genere cultiſſimus, (qui primus Cantabrigiæ Clavis meæ uſum expoſuit) mei videndi & cognoſcendi deſiderio, domi me latitantem longo itinere

itinere perquisivit; cujus importuno hortatui, ut libellum illum sub *secunda* lima correctiorem auctioremque quorundam, ex multis quæ apud me erant, adjectione ederem, resistendi facultas non erat. Accessit & alter hortator vehemens Dn. *Carolus Scarbrough* Doctor Medicinæ, suaviſſimis moribus, perspicacissimóque ingenio Vir, cujus tanta est in Matheſi solertia, & supra fidem fælix tenaxque memoria, ut omnes Euclidis, Archimedis, aliorúmque nonnullorum ex antiquis propositiones & demonstrationes recitare ordine & in usum proferre potis sit. Horum ego duorum judicio de meis lubens acquiesco, Ii enim sunt quos celeberrimæ totius Europæ Academiæ, Mathematicarum aliarúmque artium humaniorum Professores meritò amplexentur.

Quod autem a mendis illis Typographicis, quibus priores nimium scatebant, repurgata hæc *tertia* editio exhibeatur (quod in hujusmodi scriptis maximi sit momenti) curæ illud debetur Venerabilis Viri Dn. *Joannis Wallis*, Collegii Emanuëlensis Cantabrigiæ non ita pridem Alumni; deinde Collegii Reginalis ibidem Socii; nunc apud Oxonienses Geometriæ Professoris Saviliani; Viri ingenui, pii, industrii, in omni reconditiore literatura versatissimi, in rebus Mathematicis admodum perspicacis, & in enodatione explicationéque Scriptorum intricatissimis *Zipherarum* involucris occultatorum (quod ingenii subtilissimi argumentum est) ad miraculum fælicis. Huic enim ille editioni adornandæ ultrò se offerens, & Calculi maximam partem examinavit, & operas perpetuo auxilio, atque assidua inspectione adjuvit.

Denique

Denique non ſine piaculo omittam amantiſſimum mei Dn. *Robertum Wood* Collegii Lincolnienſis Socium, Philoſophiæ atque Medicinæ ſtudioſum, Virum optimum atque doctiſſimum, qui non calamo ſolum, & ſcriptorum examinatione, nequid fortè mihi in computationibus erroris exciderit, amicum præſtitit officium, ſed etiam bene maximam horum partem Anglicè non ita pridem edendam tranſtulit.

Partem autem illam quæ Geometricam Horologiorum Sciotericorum rationem tradit, ex Anglico idiomate in Latinum vertit Dn: *Chriſtophorus Wren*, Collegii Wadhamenſis Commenſalis Generoſus, Admirando prorſus ingenio Juvenis, qui nondum ſexdecim annos natus, Aſtronomiam, Gnomonicam, Staticam, Mechanicam præclaris inventis auxit, ab eoque tempore continuo augere pergit; & revera is eſt à quo magna poſſum (neque fruſtra) propediem exſpectare.

Huic Clavi Mathematicæ, poſt primam editionem, accedit I, Affectarum quovis modo Æquationum in numeris luculenta reſolutio. II, Elementi Euclidis Decimi declaratio. III, Elementorum Euclidis Decimi tertii & Decimi quarti de Solidis Regularibus illuſtratio. IV, Sex Theorematum fundamentalium circa Anatociſmum inventio. V, Regulæ falſæ poſitionis demonſtratio Analytica. VI, Theoermatum Archimedis de Sphæra & Cylindro declaratio. VII, Horologia Scioterica in Plano, Geometrica delineandi Methodus. Ultimò, inveniet etiam hîc lector Logiſticæ decimalis (quam præ ſexagenaria illa Mathematices ſtudioſis, præſertim

in

in computationibus Aſtronomicis, commendatam eſſe cupio) regulas breves interſertas: una cum Multiplicationis & Diviſionis contractione admodum neceſſaria: Et Logarithmorum uſum, quantum ſatis eſt.

Horum ego pleraque cum ante plurimos annos, in gratiam & uſum nobiliſſimi eruditiſſimíque Domini *Gerardi* Domini *Aungier* Baronis de *Longford*, hominis verè pii atque Chriſtiani, doctíque non modò ſermonis utriuſque linguæ, ſed & Hebraicæ aliarúmque linguarum Orientalium, ac utriuſque philoſophiæ, & de me optimè meriti, ſcripſerim; jure eum ſuo reticendo fraudare pro piaculo duxerim. Is enim eſt, quo fautore atque Mœcenate gloriari pro ſummo honore habeam.

I. CLAVIS MATHEMATICÆ.

Cap. I. *De Notatione.* pag. 1
II. *De Additione.* 4
III. *De Subductione.* 5
IV. *De Multiplicatione.* 6
V. *De Divisione.* 11
VI. *De proportione.* 15
VII. *De Maxima communi Mensura.* 23
VIII. *De Partibus, seu Numeris Fractis.* 25
IX. *De Additione & Subductione Partium.* 26
XI. *De Multiplicatione & Divisione Partium.* 28
XII. *Exempla aliquot, quibus via sternitur adÆquationem Analyticam.* 30
XII. *Ad Genesin & Analysin Potestatum, quædam præmissa.* 34
XIII. *De Potestatum Genesi.* 39
XIV. *De Potestatum Analysi, sive eductione Radicis.* 42.
XV. *De Lateribus Surdis.* 45
XVI. *De Æquatione, & quæstionibus per Æquationem solvendis.* 50
XVII. *De Æquationibus, alia.* 59
XVIII. *Penus Analytica.* 36
XIX. *Exempla Æquationis Analytica varia, pro Theorematibus inveniendis, & Problematibus solvendis* 74

II. De

II. De Æquationibus Affectis Tractatus.

Earum Resolutio, præceptis 28, tradita, pag. 110
Exempla quædam Æquationum Resolutarum in Numeris, 125
Notæ in exempla præcedentia. 144

III. Elementi Decimi Euclidis Declaratio. p. 1.
IV. De Solidis regularibus Tractatus. p. 23
V. De Anatocismo, sive Usura Composita.
VI. Regulæ Falsæ Positionis, Demunstratio.
VII. Theorematum Archimedis, de Sphæra & Cylindro, Declaratio.
VIII. Horologiographia Geometrica.

Cap. I. *De Planis.* pag. 1.
II. *Linearum, quæ in describendis Sciotericis præcipuè usui sunt, Declaratio.* 5
III. *Meridianæ, Substylaris, & Styli descriptio in Scioterico Horizontali.* 7
IV. *Earundem descriptio in Sciotericis directè Septentrionalibus vel Australibus, tam Erectis quam Obliquis.* 8
V. *Earundem descriptio in Sciotericis Orientalibus & Occidentalibus Erectis.* 10
VI. *Earundem descriptio in Sciotericis Orientalibus & Occidentalibus, Inclinantibus aut Reclinantibus.* 11

VII.

VII. *Earundem descriptio in Sciotericis Australibus aut Septentrionalibus Erectis, in Ortum aut Occasum Declinantibus* 15

VIII. *Earundem descriptio in Sciotericis Australibus Declinantibus & Inclinantibus; vel in Septentrionalibus Declinantibus & Reclinantibus.* 21

IX. *Earundem descriptio in Sciotericis Australibus Declinantibus & Reclinantibus; vel in Septentrionalibus Declinantibus & Inclinantibus.* 22

X. *Lineæ Contingentis, atque Æquinoctialis (cum ipsius Meridiana, & lineis Horariis) descriptio.* 35

XI. *Linearum Horariarum Scioterici, descriptio.* 38

CLAVIS

CLAVIS MATHEMATICÆ DENUO LIMATA.

Cap. I. *De Notatione.*

1. TAbella admodum utilis, non modò pro numerorum Notatione, quam primâ facie exhibet ; ſed etiam in omni computatione per numeros tum communes, tum figuratos, tum artificiales, qui vulgò Logarithmi dicuntur.

Integri.							Partes.							
9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	&c.
M	MMM			MMM			CXI			XC		MMM			MMM			M	
M	MMM			CXI								IX		C	MMM			M	
M	CXI														IXC			M	

2. In hâc tabellâ numeri ſuperiores ſunt *Indices* ſive exponentes terminorum utrinque ab unitate continuè proportionalium ; affirmativi in integris, negativi in partibus. Eſtque progreſſio in decuplâ ratione verſus ſiniſtram, & in ſubdecupla verſus dextram ; ſicut literæ numerales ſubſcriptæ oſtendunt.

Eſt igitur progreſſio ab unitate in integris, 1, 10, 100, 1000, 10000: Et in partibus, 1, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{10000}$: Et ſic in infinitum.

3. Atque hoc modo in omni aliâ Progreſſione, terminis ab unitate quacunque ratione ſive creſcentibus, ſive decreſcentibus, Indices ſui erunt apponendi.

4. Tabellam quidem in decimali ratione ordinavi, tum ut numerorum quorumcunque (ſive Integri ſint, ſive partes, ſive mixti) valores per gradus & periodos æſtimentur: tum quia Logiſtica hæc decimalis ſexagenariâ, in computationibus Aſtronomicis, multò facilior eſt atque concinnior. Hoc planè perſpexit, quicunque is fuit, qui primus canonem Sinuum à ſemidiametro 60, ad 1 cum circulis annexis, revocavit. Utinam idem etiam in aliis canonibus fieret.

5. Partes decimales ſcribuntur in unâ lineâ cum integris, diſtinguuntur autem lineolâ rectangulari, quæ idcircò *ſeparatrix* dicitur. Et quemadmodum in integris, quilibet ab unitatum loco gradus augetur versùs ſiniſtram decuplando: ſic in partibus decimalibus, quilibet ab unitatum loco gradus minuitur verſus dextram ſubdecuplando.

6. Partes decimales denominationem ſuam ſortiuntur à loco figuræ ſuæ ultimæ: ut 0,5 ſunt 5 decimæ partes: 0,56 ſunt 56 centeſimæ partes: 0,056 ſunt 56 milleſimæ partes, & ſic de reliquis omnibus.

7. Circuli ante integros, vel poſt partes decimales mihi ſvalent: at verò poſt integros, & ante partes decimales

males (hoc est, utrinque lineę separatrici proximi) vim suam retinent: nam gradus constituunt quibus figurarum valores censentur: ut 0005, significant tantummodo 5: & 0|500, 5 sunt decimæ partes.

8. Quare in partibus decimalibus scribendis, linea separatrix semper apponatur; & loci, si qui sunt, vacui, circulis suppleantur: ut 0|00005 sunt 5 centies millesimæ partes.

9. Signum addendi sive affirmationis est + plus, sive pl: ut 34, vel + 34.

10. Signum minuendi sive negationis est — minus, sive mi: ut — 34, negantur omnino esse.

11. Pertinet autem signum ad magnitudinem sequentem, cui præfigitur. Et omnis magnitudo, cui non est præfixum signum negationis, intelligitur esse affirmata, & habere signum +, licet non sit expressum.

12. Et nota quod signis + & - utor, quando simplex magnitudo affirmatur vel negatur de simplice: signis autem pl: & mi: quando magnitudo composita affirmatur vel negatur de simplice, vel simplex de composita.

13. Magnitudines denotari possunt vel numeris mensuram ipsarum significantibus, vel etiam speciebus: ut linea longa septem ±unicas, designatur vel ±uncias per 7; vel per unam aliquam literam aut notam, A, B, C, &c; vel per duas literas terminis lineæ adscriptas, AB, BC, CD, &c. pro libitu: modò memoriâ teneas pro quâ magnitudine species quælibet statuitur.

14. Specioſa hæc Arithmetica alii Analyticæ (per quam ex ſumptione quæſiti, tanquam noti, inveſtigatur quæſitum) multo accommodatior eſt, quam illa numeroſa. Nam in numerosâ, numeri à novo, quem proferunt, ita abſorbentur, ut penitus diſpareant, nec ullum ſui veſtigium relinquant: At in ſpeciosâ, permanent ſpecies ſine aliquâ mutatione, ſpecimen exhibentes totius operationis: unde non ſolùm in quæſiti notitiam ducunt, ſed etiam Theorema generale pro ſolutione conſimilium quæſtionum, in aliis magnitudinibus datis, edocent.

Cap. II. *De Additione.*

1. Numerus inventus per Additionem, dicitur Summa, vel Aggregatum. Ut 3 & 7 conſtituunt 10.

2. Additio incipit ad dextram, & ſummas ſingulorum locorum particulares inventas ſubſcribit, in locis ſuis propriis.

3. In Additione omnes numeri dati ſimul æquantur Summæ.

Exempla

Exempla Additionis.

		l.	s.	d.
79403	3794|236	17	13	4
8956	584|3	9	16	7
67293	947|08	238	09	6
5087	4720|7429	70	00	10
160739	4815	48	10	3
	10094|8599	384	10	6

4. Additio ſpecioſa conjungit omnes magnitudines datas ſervatis ſignis.

ad	3A	A	5A	3A	A
adde	A	-A	-2	-5A	E
Summa	3A+a	A-A	5A-3a	3A-5A	A+E
hoc eſt	4A	0	2A	--2A	

ad	A+B	A+a	Sic in In-	3	3	3	3
adde	A-B	A-C	dicum Ad-	2	2	2	2
Summa	2A	2A+B-C	ditione	1	1	1	1

Cap. III. *De Subductione.*

1. Numerus inventus per Subductionem dicitur Reliquus, vel Differentia, vel Exceſſus. Ut è 7 tolle 3, reſtat 4.

2. Subductio incipit ad dextram, & differentias ſingulorum locorum particulares inventas ſubſcribit, in locis ſuis propriis.

3. In Subductione, numerus ſubducendus, unà cum differentia, æquatur numero ex quo.

Exempla Subductionis.

		l.	s.	d.
347206836	3794|236	17	17	4
6807592	947|08	9	16	7
340399244	2847|156	7	16	9

4. Subductio *ſpecioſa* conjungit utramque magnitudinem datam, mutatis omnibus ſignis magnitudinis ſubducendæ.

Ex	4 A	3 A	5 A	A
tolle	A	5 A	-3 A	E
Reſtat	4 A-A	3 A-5 A	5 A+3 A	A-E
hoc eſt	3 A	-2 A	8 A	

Ex	A	A	Sic in Indicum ſubductione.	3/2 | 3
tolle	B+C	B-C		
Reſtat	A-B-C	A-B+C		5 | 5

Cap. IV. *De Multiplicatione.*

1. Numerus inventus per Multiplicationem, dicitur Factus, vel Productus; vel Rectangulum, vel Planum. Nam unus è numeris propoſitis habetur

betur pro longitudine, alter pro latitudine: & numeri propoſiti dicuntur Factores atque Latera. Maxima quippe binarum magnitudinum poteſtas, eſt figura ex ipſis compoſita, cujus anguli ſunt recti, & latera parallela.

2. Multiplicatio incipit ad dextram, & ſingulas figuras unius numeri dati, in ſingulas alterius figuras ducit: & factos demum, habitâ locorum ratione, in unam ſummam colligit. Et ſi partes decimales numeris propoſitis ſint admixtæ, è toto facto tot locos linea ſeparatrice abſcindit, quot ſunt loci partium in utroque factore. Nam in Multiplicatione Index cujuſque particularis figuræ facti, invenitur addendo Indices figurarum multiplicatæ & multiplicantis. Sic 58|73 ductus in 600, facit 35238. Nam Index figuræ 6 in 600, eſt 2: & Index ultimæ figuræ 3 in 58|73 eſt 2. addantur Indicès 2 & 2, extabit 0 pro Indice ultimæ figuræ facti 35238: quæ idcircò pertinet ad locum unitatum. Et conſimilis reliquarum figurarum in facto cenſura gradualis inſtitui poterit.

3. Si è numeris propoſitis, unus, vel uterque, adjunctos habeat ad dextram circulos: omiſſis circulis, fiat ipſorum numerorum Multiplicatio: & facto demùm tot inſuper integrorum loci accenſeantur, quot ſint omiſſi circuli in utroque factore.

4. In Multiplicatione eſt, ut unitas, ad unum è factoribus: Sic alter è factoribus, ad factum. Ut ſi ducatur 4 in 6 fiet 24: Eſt igitur 1. 4 :: 6. 24: vel 1. 6 :: 4. 24.

Exempla Multiplicationis.

4576	580|34	
892	475	
9152	290170	
41184	406238	
36608	232136	
4081792	27566|150	
	358	5873
	600	600
	214800	35238

regula gnalis

5. Contractio Multiplicationis, in Logistica valdè utilis, sic est. Si instituto tuo sufficiat habere factum non integrum, sed multatum aliquot ex ultimis figuris: statues unitatis locum minoris numeri, sub illa figura majoris, cujus Index æqualis sit numero figurarum, vel abscindendarum in integris vel relinquendarum in partibus decimalibus: Et reliquas figuras minoris numeri, sub numero majore ordine inde contrario. Tum in multiplicando incipies ubique ad illam figuram majoris numeri, quæ est supra eam figuram minoris, qua multiplicatur: habita tamen ratione incrementi, quod ex subsequentibus figuris majoris numeri suppeditatur. Hujus compendii casus sunt quatuor.

Casus I. Si velis factum habere purum à partibus: Statues unitatis locum minoris sub unitatis loco

co majoris. Ut in exemplo, ubi 246|914 ductus in 3527 in 35 producit 8708 integros, abſciſſis omnibus partibus decimalibus.

246|914
72|53
7407
1235
49
17
8708

Caſus II. Si velis habere factum cum locis aliquot partium, puta quatuor: Statues unitatis locum minoris numeri ſub quarto loco partium majoris. Ut in priore exemplo, factus erit 8708|6568 mixtus cum quatuor locis partium.

246|914
72|53
74074200
12345700
493828
172840
8708|6568

Caſus III. Si velis factum multatum aliquot locis integrorum, puta quinque: ſtatues unitatis locum minoris numeri loco quinto ante unitatis locum majoris. Ut in exemplo, ubi 80902 ſinus graduum 54 multiplicandus eſt per 39875 ſinum maximæ declinationis 23° 30': prodibit 32260 ſinus declinationis ſolis ad ♉ 24°.

80902
57893
24271
7281
647
57
4
32260

Caſus

Casus I V. Si velis factum multatum locis integrorum, puta quinque, reparari aliquot locis partium, puta quatuor. Quia 5 — 4 = 1 : Statues unitatis locum minoris numeri uno loco ante unitatis locum majoris. Ut in exemplo ubi sinus 42262 multiplicatur per 0,0064, ita ut abscissis à facto quinque figuris ultimis, restituantur quatuor loci partium : Factus erit 0,0027.

	42262
	46000
	25
	2
	0,0027

6. Multiplicatio *speciosa* connectit utramque magnitudinem propositam cum notâ in vel ×: vel plerumque absque nota, si magnitudines denotentur unica litera. Et, si signa sint similia, producta magnitudo erit affirmata : sin diversa, negata. Effertur autem per in.

Et nota, quòd A in A, sive A×A, sive A A, est Aq. AAA sive AqA, est Ac. AAAA, sive Aq Aq, sive AcA, est Aqq. AAAAA, sive AcAq, sive AqqA, est Aqc. AAAAAA, sive Ac Ac, sive Aqq Aq, sive AqcA, est Acc, &c. Nam potestas quælibet superior fit ex duabus inferioribus, quarum dimensiones simul æquantur numero dimensionum superioris. Quot autem magnitudines sunt quæ multiplicantur, totidem sunt dimensiones.

Duc	A	A+E	A−E	A+E+I	B+1
in	E	B	B	Z	A
fiet	AE	BA+BE	BA-BE	ZA+ZE+ZI	BA+A

Duc.

Duc 3A	AE	AE	A+E	A+E
in 2A	A	AE	A+E	A-E
fiet 6Aq	AqE	AqEq	Aq+AE	Aq+AE
			+AE+Eq	-AE
			Aq+2AE+Eq	-Eq
				Aq - Eq

Ad hunc etiam modum Multiplicatio fiet si magnitudines constent binis literis. Ut si latus AB+CD multiplicandum sit in se, producetur quadratum ABq+2AB*CD+CDq.

Cap. V. *De Divisione.*

1. Numerus inventus per Divisionem dicitur Quotus, vel etiam Parabola: quia oritur ex applicatione numeri plani ad longitudinem datam, ut inveniatur latitudo congrua. Et si numerus ad numerum applicetur cum lineola interjecta, ostendit quod numerus ille superior dividendus sit per inferiorem, ad quem applicatur: ut $\frac{12}{4}$ & $\frac{2}{12}$.

2. Divisio incipit ad sinistram: & postquam ex dividendo sufficientem divisori dividuum distinxerit, & sub ipso divisorem subscripserit, vel saltem subscriptum cogitaverit singulas figuras divisoris ex singulis ipsius dividui figuris supra stantibus, æqualiter, quoties fieri poterit, tollit: Tum divisore per quotum inventum multiplicato, factoque ablato ex dividuo, divisorem in locum proximè sequentem promovet, novamque uti prius divisionem instituit; donec totum dividendum percurrerit. Quilibet autem

tem quotus particularis inventus, ejuſdem debet eſſe loci, ſive gradus, cujus eſt figura dividendi, quæ ſtat, vel cogitatur ſtare ſupra unitatis locum diviſoris. Nam in Diviſione, Index cujuſque particularis figuræ Quoti, invenitur tollendo Indicem figuræ dividentis ex Indice figuræ diviſæ. Sic 1714 diviſus per 857, dat 02 pro Quoto. Index enim primæ figuræ dividuæ 17 eſt 1; & Index primæ figuræ diviſoris 8 eſt 2: Tollatur 2 ex 1, reſtabit $\bar{1}$ pro Indice primæ figuræ: quæ idcircò pertinet ad locum primum partium decimalium.

3. Et ſi diviſor adjunctos ſibi habeat ad dextram circulos: omiſſis circulis, & abſciſſis totidem ultimis figuris dividendi, in numeris reliquis fiat diviſio. In fine autem diviſionis reſtituendi ſunt, tum omiſſi circuli tum figuræ abſciſſæ.

4. In Diviſione eſt, ut Diviſor ad unitatem, ſic dividuus ad Quotum: vel ut dividuus ad diviſorem, ſic Quotus ad unitatem. Ut diviſo 24 per 6, quotus erit 4: Eſt igitur 6. 1::24. 4: Item 24.6::4. 1.

5. Si magnitudo facta ſit ex duabus magnitudinibus, una ex iis ipſam per alteram metietur.

6. In Multiplicatione, atque Diviſione, unitas nihil mutat.

7. Si numerus numerum multiplicet, idemque factum dividat, nihil fit. Nam quod multiplicatio conficit, Diviſio diſſolvit. Quare in applicatione magnitudinis ad magnitudinem, ſi eadem magnitudo ſit tum ſupra lineam, tum infra, expungatur utrobique.

Exempla

Exempla Divisionis.

12.

```
        8921317
297) 187135075 (630084 127/297
     178213768
       892118
        2901
       435257
580|34) 27566|150 (47|5
        23213680
         406237
          2901

        187135075 (630084 127/297
         297
         1782
          893
          297
          891
           2507
           297
           2376
            1315
            297
            1188
             127
6|000) 4320|765 (720|1275
```

8. Ali-

8. Aliquando numerus aliquis dividi postulatur per numerum irrationalem, vel infinitum, sive integer sit, sive mixtus. Atque in hoc casu, sumptis, quot opus est, è primoribus figuris divisoris pro primo divisore, per ipsas divides numerum propositum: deinde pro singulis particularibus divisionibus subsequentibus, divisorum minues amputando versus sinistram totidem ultimas figuras, donec quotum satis amplum inveneris: ut si dividantur 467023 per numerum infinitum 357 0926425, Quotus erit 1307 80 ferè.

```
                    17
                    303
                   2803
                  109930
3570926425) 467023 (1307 80 --
. . . . . . .  357093
               107127
                 2500
                  286
```

Pulcherrima hæc est Divisionis contractio, & maximi usus in computationibus Astronomicis. Ut si per 137638 dividendus sit 126223 ductus in sinum totum, hoc est auctum quinque circulis: Appones tantummodò unum circulum: & pro quatuor reliquis minues divisorem. Ut

137638) 1262230 (91707.

9. Divisio *speciosa* statuit magnitudinem dividentem sub dividendà, cum lineola interjecta: tum considerat

ſiderat an magnitudo aliqua utramque communitèr multiplicaverit; atque ipſam utrobique expungit. Diviſio autem in iiſdem ſignis dat †, in diverſis— Effertur autem per ad.

Applica ad	AE / A	BAc / Aq	BA+A / A	BA-CA / B-C	6Aq / 3A	ſcil. 2×3Aq: / 3A
Oritur	E	BA	B+1	A	2A	2A

CAP. VI. *De Proportione.*

1. SI è quatuor numeris datis, primus ita ſe habeat ad ſecundum, ut tertius ad quartum: dicuntur quatuor illi numeri eſſe proportionales. Numerorum autem ad ſe invicem habitudo invenitur dividendo antecedentem per conſequentem: ut 31 ad 7 ratio eſt $4\frac{3}{7}$, hoc eſt quadrupla ſupertripartiens ſeptimas.

2. Quare ſi numerus duos numeros multiplicet, facti erunt multiplicatis proportionales. Et ſi numerus duos numeros dividat, quoti erunt diviſis proportionales.

Ut $4 \times \begin{cases} 7.\ 28. \\ 9.\ 36. \end{cases}$ & $\frac{1}{4})\begin{matrix} 28\ (7. \\ 36\ (9. \end{matrix}$

Item $A \times \begin{cases} B.\ BA. \\ C.CA. \end{cases}$ & $A)\begin{matrix} BA.\ B. \\ CA.C. \end{matrix}$

3. Quare ſi quatuor numeri ſint proportionales, factus ab extremis æquatur facto à mediis. 7. 9::7×4. 9×4:: 28. 36. At 7×9×4=9×7×4.

4. Hinc ſequitur aurea (quæ dicitur) regula Proportionis.

portionis. Si è tribus numeris datis, rectangulum ſub ſecundo & tertio applicetur ad primum: hoc eſt, ſi ſecundus multiplicet tertium, & primus dividat factum: quotus erit tribus datis quartus proportionalis. Tres numeri dati ſunto 7, 9, 28: & pro quarto quæſito ſtatuatur Q. Eſt igitur 7. 9:: 28. Q. Quare $7Q=9\times28$. Ideoque $\frac{9\times28}{7}=Q$. Item 5. 12::8. $\frac{8\times12}{5}$, hoc eſt $19\frac{1}{5}$.

5. E tribus numeris datis ad quartum Proportionalem inveniendum, duo primi innuunt rationem, & reliquus ingreditur quæſtionem; eſtque in Proportione Directâ primus terminus (ſive Diviſor) homogeneus ei per quem fit quæſtio: At in Proportione Reciprocâ primus terminus (ſive Diviſor) ipſe eſt per quem fit quæſtio.

6. Directa quidem Proportio eſt, quando terminus is per quem fit quæſtio, quò major eſt, eò quartum majorem requirit: & quò minor eò minorem.

7. Reciproca Proportio eſt, quando terminus is per quem fit qnæſtio, quò major eſt, eò quartum minorem requirit: & quò minor, eò majorem.

8. Proportio continua ∺ eſt, quando termini omnes medii inter primum & ultimum, rationum ſunt tum conſequentes, tum antecedentes. Ut 8, 12, 18, 27, ſunt ∺. Nam 8. 12:: 12. 18. 27.

Item $\alpha, \beta, \frac{\beta q}{\alpha}, \frac{\beta c}{\alpha q}, \frac{\beta qq}{\alpha c}, \frac{\beta qc}{\alpha qq}$, &c. ſunt ∺

Quare ſi in hâc ſerie ultimus terminus ſit ω, & ſumma omnium terminorum totius progreſſionis ſit Z: erit $Z-\omega$ ſumma omnium antecedentium: & $Z-\alpha$ ſumma omnium conſequentium.

9. Si

9. Si quatuor magnitudines ſint proportionales, A.α::B.β: etiam alternè, & inversè, & compoſitè, & diviſim, & converſè, & mixtim proportionales erunt,

A.α:: B.β.

- alternè, A. B:: α.β.
- inversè, α. A:: β. B.
- compoſitè, A+B. α:: B+β.β.
- vel, A+B. B:: $\alpha+\beta$.β.
- diviſim, A-α. α:: B-β.β.
- vel, A-B. B:: $\alpha-\beta$.β.
- converſè, A.A$\pm$ α:: B.B $\pm$ β.
- vel, A.A$\pm$B:: α.$\alpha\pm\beta$.
- mixtim, A+α.A-α:: B+β.B-β.
- vel, A+B.A-B:: $\alpha+\beta$.$\alpha-\beta$.

10. Si quotlibet magnitudines ſint proportionales, erit ut unus antecedens, ad ſuum conſequentem; ſic ſumma antecedentium, ad ſummam conſequentium. Eſto A.α:: B.β:: C.γ:: D.δ: erit A.α:: A+B+C+D.$\alpha+\beta+\gamma+\delta$.

Nam
- A.α:: B.β. & compoſitè
- A+B.$\alpha+\beta$:: (B.β::) C.γ. &
- A+B+C.$\alpha+\beta+\gamma$:: (C.γ::) D.δ. &c.

Item in $\div$,$\alpha.\beta::$ Z-ω.Z-α. Quare αZ-αq=βZ-$\beta\omega$. vel βZ-αZ=$\beta\omega-\alpha$q.

Hinc obiter liquet inventio ſummæ omnium terminorum $\div$, ſive Progreſſionis Geometricæ: per hanc Regulam $\frac{\beta\omega-\alpha q}{\beta-\alpha}$=Z.

11. Si plurium proportionum antecedentes ſint æquales; erit ut unus antecedens, ad ſummam ſuorum conſequentium: Sic alter antecedens ad ſummam

ſuorum. Eſto A. B:: α. β: & A. C:: α. γ:: & A. D:: α. δ: erit A. B+C+D:: α. β+γ+δ. Liquet ex priore demonſtratione, terminis alternè poſitis.

12. Si binarum rationum conſequentes ſint æquales, ſunt ut antecedentes. Si verò antecedentes ſint æquales, ſunt reciprocè ut conſequentes.

$\frac{7}{1}.\frac{9}{1}$: 7. 9. Et $\frac{1}{9}.\frac{1}{7}$:: 7. 9.

13. Si bis quatuor magnitudines ſint ſimiliter proportionales; ipſarum etiam tum ſummæ, tum differentiæ proportionales erunt.

14. Si quatuor magnitudines proportionales, per alias quatuor magnitudines proportionales multiplicentur, vel dividantur: etiam Factæ, vel Quotæ, proportionales erunt. Sequitur ex 3.

15. Ratio antecedentis ad conſequentem componitur, vel ex ratione antecedentis ad tertium, & tertii ad conſequentem: vel ex ratione tertii ad conſequentem, & antecedentis ad tertium. Ut

7. 9 :: × $\begin{cases} 7. A. \\ A. 9. \end{cases}$ Item 7. 9 :: × $\begin{cases} A. 9. \\ 7. A. \end{cases}$

16. Inventio quarti proportionalis in computationibus Aſtronomicis.

Si 100000 ſit primus terminus, invenitur quartus per 5, Cap. 4. Caſ. 3. Ut

100000. 80902:: 39875. 32260.

Si 100000 ſit ſecundus terminus, invenitur quartus per 8, Cap. 5. Ut

137638. 100000:: 126223. 91707.

17. Inventio partis proportionalis ex datâ differentiâ duorum numerorum in Canone Proſthaphæreſeon.

In

In tabulis Prutenicis, Ad epicycli primi Lunæ Anomaliam Gr: 62, Prosthaph: ablativa est Gr: 4|1786. & Differentia ibidem Gr: 0|0433: Quanta ejus pars debitur Anomaliæ Gr: 62|5667? Dic

1. 0|0433 :: 05667. 0|0245: per cap 4. sect. 5. Cas. II. Tum 4|1786 + 0|0245 = 4|2031: quæ est Prosthaph: correcta.

Et contrà si quæratur Anomalia primi Epicycli Lunæ, congruens Prosthaphæresi Grad: 4|2031. Proximè minor in Canone est Gr: 4|1786, respondens Anomaliæ Gr: 62: Estque Differentia ibidem Gr: 0|0433. Est autem 4|2031 -- 4|1786 = 0|0245. Dic

0|0433. 0|0245 :: 1. 0|566+, partes adjungendæ Gr: 62. Eritque Anomalia quæsita Gr: 62|566+.

18. Conversio partium Sexagesimarum in Decimales & contra Decimalium in Sexagesimales.

Partes Sexagesimæ, puta 45, convertuntur in Decimales, dividendo per 60. Et contra partes Decimales, puta 0'75, convertuntur in Sexagesimas, multiplicando per 60.

Ut 60. 45 :: 1. 0|75. } Nam 5
& 1. 0|75 :: 60. 45. }

Divisio per 60, removet lineam separatricem uno loco versus sinistram, & insuper dividit per 6. Et Multiplicatio per 60, promovet lineam separatricem uno loco versus dextram, & insuper multiplicat per 6. Quæ regula notatu digna est.

Si verò plures sint species Sexagesimales annexæ Integris, puta 127° 32′ 00″ 09‴ 45⁗: hoc uteris compendio. Sub Integris 127 statue species Sexagesimales descensu obliquo: Tum facto initio ad infimam, singulas divide continuè per 6: Et quotos suprascriptos ordini proximo superiori adjunges, donec ad Integros perveneris.

127|5333784722 ×6
′32|002708333
″00|1625
‴09|75
6) 1v45

Et contra, si partes Decimales dentur, puta 127|5333784722: multiplicabis ipsas continuè per 6; & factos subtus scribes, amputato in singulis ordinibus uno loco versùs dextram; ut descensus obliquus compleatur. Intuere diligenter exemplum.

Gradus Æquinoctialis, cum partibus Decimalibus, puta Grad: 236|4276, convertuntur in partes Decimales diei; dividendo per 360, hoc est 6×60. ‡

Et contra, partes, Decimales Diei puta 0|6567433: convertuntur in Gradus, multiplicando per 360. hoc est 60×6. Intuere diligenter exemplum.

6) 236|4276
60) 39|4046 ×60
0|6567433: ×60

Gradus Æquinoctialis, cum partibus Decimalibus puta Grad: 236|4276 convertuntur in Horas dividendo per 15, hoc est, 3×5.

3) 236|4276
5) 78|8092×3
15|76184×5

Et

‡ nam Regulâ aureâ si ... 360 g.
dent ... 1. diem.
236|4276 ...
dabunt ... 0|6567433. diei.

Et contra, Horæ cum partibus Decimalibus, puta 15|76184 convertuntur in Gradus, multiplicando per 15, hoc eſt, 5×3.

Horæ cum partibus decimalibus, puta Ho: 15|76184 convertuntur in partes Decimales Diei, dividendo per 24, hoc eſt, 4×6.

Et contra partes Decimales Diei, puta 0|6 5 7 4 3 3 + convertuntur in Horas, multiplicando per 24, hoc eſt, 6 × 4.

4) 15|76184
6) 3|94046×4
0|6567433:×6

Summa collecta, puta 191374, convertitur in expanſam, dividendo continuè per 60, & contra ſumma eadem expanſa, 53 09 34, convertitur in collectam multiplicando continuè per 60.

Notandum autem hic eſt, quod ſi ſumma collecta ſit unitatum, ſcil: 191374°, expanſa erit 53'' 09' 34°, hoſt eſt 53 Sexagenæ ſecundæ, 9 Sexag: 1æ, & 34 unitates. Si verò ſumma collecta ſit ſexageſimarum ſecundarum, ſcil: 191374''; expanſa erit 53° 09' 34''.

19137|4
60) 318|9|3×60
53|0

19. Illa quidem proportio, rationum fuit æqualitas & dicitur Geometrica, eſt autem alia proportio Arithmetica, quæ eſt æqualitas differentiarum: nempe quando in quatuor terminis, eadem eſt differentia tertii & quarti, quæ eſt primi & ſecundi. Ut 7.4:12.9 vel 7.7-3: 12.12-3. Arithmeticæ proportionales ſunt.

20. Quare è quatuor numeris Arithmeticè proportionalibus, ſumma extremorum æquatur ſummæ mediorum 7 + 12-3=7-3+ 12.

21. Et ſi è tribus numeris datis ſecundus addatur tertio, & primus tollatur è ſumma: reliquus erit quartus Arithmeticè proportionalis. Ut ſi dentur 7, 4, & 12: erit 12 + 4 - 7=9, qui quartus eſt quæſitus.

22. Eſt etiam proportio Arithmetica continua, ſive Progreſſio, quando omnes termini à primo eadem continuè exſurgunt differentia: Ut 4,7, 10, 13, 16,19,&c. Differentia communis omnium eſt 3. Nam in hâc ſerie, primus (& quaſi radix) eſt 4: ſecundus conſtat ex primo & differentiâ unâ: Tertius conſtat ex primo & differentiis duabus: Et generaliter quilibet terminus conſtat ex primo & ex ſummâ differentiarum, quarum numerus uno minor eſt quam numerus terminorum: Exempli gratia, terminus decimus tertius conflabitur ex primo & differentiis duodecim, quarum ſumma eſt 36. Eſt igitur 4+36, hoc eſt 40, terminus decimus tertius.

23. Si in Progreſſione *A*rithmetica, primus terminus addatur ultimo, & ſumma ducatur in numerum terminorum: factus erit duplicata ſumma totius Progreſſionis: Nempe 40+4 in 13=572, quæ ſumma eſt terminorum duplicata.

24. *S*i ſupra ſeriem terminorum in Progreſſione Geometrica, ſtatuatur pro *I*ndicibus, ſeries terminorum qualicunque Progreſſionis *A*rithmeticæ: quibuſlibet quatuor numeris in *A*rithmetica proportione reſpondebunt quatuor numeri Geometricè proportionales. *I*ndices,

Indices, 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20.
Termini, 5. 15. 45. 135. 405. 1215. 3645. 10935,

Quia 10+16-6=20; Erit $\frac{45 \times 1215}{5}$=10935.

Atque hinc patet inventio termini cujuſvis in Progreſſione Geometrica.

25. Eſt etiam tertia Proportio, Muſica dicta, Quando in quatuor numeris, eſt ut Primus ad Quartum: ſic differentia primi & ſecundi, ad differentiam Tertii & Quarti. Ut 5, 8, 12, 30, ſunt muſicè proportionales: quia 5. 30 :: 8-5. 30-12 :: 3. 18. Item in ſpeciebus A, M, N, E; Eſto A. E :: M — A. E — N. Quare AE — AN = ME — AE. Terminis hiſce ritè ordinatis Regula erit, $\frac{AN}{2A-M} \overset{\neq}{=} E$. & $\frac{EM}{2E-N} = A$.

≠ nam terminis transpositis. 2AE - ME || AN

In verbis ſic, Si rectangulum ſub primo & tertio dividatur per exceſſum primi duplicati ſupra ſecundum: quotus erit quartus in Muſica proportione. Quare oportet terminos ſic dari, ut primus duplicatus excedat ſecundum.

Cap. VII.

DE MAXIMA COMMUNI MENSURA: quâ numeri dati reducuntur ad minimos terminos ejuſdem rationis.

1. Maxima duorum numerorum communis menſura invenitur perpetua diviſione majoris per minorem, & diviſoris per reliquum. Nam diviſor ille qui primus dividuum ſuum metitur, abſq;

cllo reliquo, maxima erit utriuſque numeri dati communis menſura. Ut numerorum 899 & 744 maxima menſura invenietur 31.

31 124 155
31)124)155)744)899(1(4(1(4
124 124 620 744

2. Numerorum reductio ad minimos terminos ejuſdem rationis fit dividendo utrumque per maximam ipſorum communem menſuram. Ut 899 & 744 reducuntur ad 29 & 24, qui minimi ſunt termini in eadem ratione, diviſo utroque per 31 maximam utriuſque menſuram. Sic $\frac{3Aq}{6A}$ reducuntur ad $\frac{A}{2}$ dividendo utrumque terminum per 3A. Et $\frac{4Acc}{6Aqq}$ reducitur ad $\frac{2Aq}{3}$ dividendo per 2Aqq. Item $\frac{BA}{B}$ reducitur ad A, dividendo utrumque per B. Nam quod multiplicatio conficit, diviſio diſſolvit.

3. Quare, Si maxima duorum numerorum communis menſura ſit 1 : dicuntur duo illi numeri primi inter ſe : ſuntque minimi in eadem ratione, ut 29 & 24.

4. Si numerus, primus ſit ad utrumque factorem, primus erit ad factum.

Hinc proportionis operatio fieri ſæpenumero poteſt facilior, ut in exemplo.

1 2 5
3 :: 15. 10

5. Memento autem diligenter, *Quotieſcunque fractio aliqua, ſive ratio, proponitur, ut ipſam primò ad minimos terminos reducas*; $\frac{744}{899}$ fiant $\frac{24}{29}$.

CAP.

CAP. VIII.

De PARTIBUS: quæ etiam fractiones, ſive numeri fracti, dicuntur.

1. VNitas (ſive integrum unumquodque) concipi mente poteſt in quotcunque æquales partes diviſibilis: quæ quidem partes denominationem ex numero ſuo, quem unitas continet, ſortiuntur: ut ſi unitas intelligatur dividi in binas æquales partes, dicuntur ſecundæ; ſi in tres, tertiæ: & ſic de reliquis.

2. Scribuntur partes duobus terminis cum lineola interjecta: quorum inferior denotat unitatem diviſam in totidem æquales partes; & dicitur Denominator. Superior verò oſtendit quot ex partibus illis ſignificantur; atque ideò dicitur Numerator. Ut $\frac{4}{5}$ $\begin{matrix}\text{numerator}\\ \text{denominator}\end{matrix}$ & ſignificant quatuor quintas partes, ſive quatuor partes unius integri diviſi quinquifariam.

3. *Quam igitur rationem habet numerator ad denominatorem, eandem habet quantitas ſignificata ad unitatem.* $4.5::\frac{4}{5}.1.$ $R.S::\frac{R}{S}.1.$

4. Et quia ratio quævis terminis innumeris ſimiliter ſeſe adinvicem habentibus (quorum quidem maximi dari nequeunt) poterit exprimi: ſequitur partes etiam eaſdem, non iiſdem ſolummodò numeris, ſed aliis infinitis, poſſe deſignari. Ut quincuncem ſignificant non modo $\frac{5}{12}$, qui minimi ſunt termini in eandem ratione

ratione, ſed etiam $\frac{10}{24}, \frac{22}{48}, \frac{44}{96}, \frac{88}{192}$: & quotcunque alii numeri fiunt multiplicando 5 & 12 in alium quemvis numerum, per 2 cap. 6.

5. Quare æqualium partium, ſive fractionum, termini ſunt proportionales, & contra.

6. Item, ſi partium numerator minor ſit denominatore, partes ſunt unitate minores: ſi æqualis, ſignificant unitatem: & ſi major, partes unitatem excedunt, eadem ratione, qua denominator à numeratore ſuperatur. Reducuntur autem ad unitates dividendo numeratorem per denominatorem: ut $\frac{11}{2}$ ſunt $4\frac{1}{2}$ item $\frac{CR+SA}{R}$ eſt $C+\frac{SA}{R}$. Et contra integri, ſive unitates reſolvuntur in partes cujuſque generis multiplicando unitates per denominatorem earundem partium, ut 1 fiet $\frac{2}{2}$, vel $\frac{3}{3}$, &c. & $4\frac{1}{2}$ fient $\frac{28+3}{7}$, hoc eſt $\frac{11}{2}$. Item $C+\frac{SA}{R}$ fiet $\frac{CR+SA}{R}$.

Cap. IX.

De Additione et Subductione partium.

1. Si partes propoſitæ diverſarum ſint ſpecierum: Primò reducendæ ſunt ad eandem denominationem, dividendo denominatores per maximam ipſorum communem menſuram; & multiplicando terminos per alternos quotos. Deinde in numeratoribus

ribus partium inventarum ejusdem denominationis additio vel subductio instituenda est. Et summæ denique, vel differentiæ, communis ille denominator subscribendus.

2. Et si integri partibus sint immixti, seorsim tamen sunt numerandi. *Exempli gratia* :
Ex $6\frac{1}{18}$ tollatur $\frac{13}{16}$ & $2\frac{7}{12}$. Primò addendæ sunt $\frac{13}{16}$ & $2\frac{7}{12}$ eruntque 2 & $\frac{39+28}{48}$ vel $\frac{67}{48}$, nempe $3\frac{19}{48}$: quibus demptis é $6\frac{1}{18}$ restabunt $2\frac{95}{144}$ ut in exemplo

$$\begin{array}{rcc} & 67 & \\ & 39+28 & \\ & \cancel{13} \quad \cancel{7} & \\ & -\ 2\ - & \\ 4) & \cancel{16} \quad \cancel{12} & \\ & 4 \quad 3 & \\ & \underbrace{\quad\quad}_{48} & \end{array} \quad \text{est} \quad \begin{array}{rcc} & 57 & 8 \\ & \cancel{19} & 1 \\ 3 & - & \text{è } 6\ - \\ & \cancel{48} & \cancel{18} \\ 6) & 8 & 3 \\ & \underbrace{\quad\quad\quad}_{144} & \end{array}$$

è $5\frac{152}{144} = 6\frac{8}{144}$
tolle
$3\frac{57}{144}$
manet
$2\frac{95}{144}$

Adde $\frac{A}{B}$ & Z, summa $\frac{A+ZB}{B}$ $\quad$ $\frac{BE+DA}{B+D}$

Ex $\frac{A}{B}$ tolle $\frac{B}{C}$, restat $\frac{CA-Bq}{BC}$ $\quad$ C) $\frac{CA}{A}$ $\frac{CE}{E}$

$\underbrace{\quad\quad}_{CAE}$

C AP.

Cap. X.

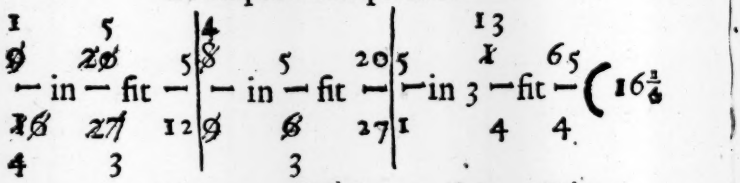
De Multiplicatione et Divisione Partium.

1. Multiplicatio comparat heterologos terminos (hoc est reducit ad minimos) & multiplicat homologos.

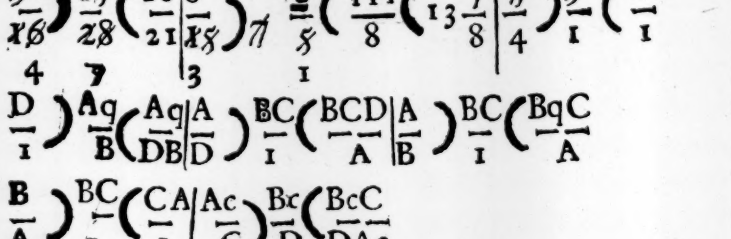
2. Divisio comparat homologos terminos, & multiplicat heterologos.

3. Et si integri partibus sint immixti, resolvendi sunt integri in partes.

Exempla Multiplicationis.



Exempla divisionis.

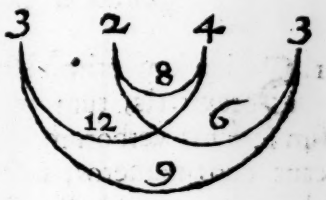


4. Quis

4. Quis numerus est $\frac{3}{7}$ è 21 ? Multiplica 21 per $\frac{3}{7}$, Nam 1. $\frac{3}{7}$::21.6. vel 7.2::21.6.

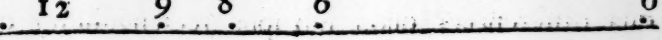
5. Cujus numeri 6 continet $\frac{3}{7}$? Divide 6 per $\frac{3}{7}$. Nam $\frac{3}{1}$. 1::6.21. vel 2.7::6.21.

6. Apud antiquos Musicæ Scriptores, termini multiplicandi in rationum sive continuatione, sive imminutione, connectuntur lineolis curvis, in hunc modum : si rationes sint 3 ad 2, & 4 ad 3.



7. Rationum continuatio fit per Multiplicationem ipsarum, ac si essent fractiones. Continuentur rationes, 3 ad 2, & 4 ad 3 : idem est ac si dicatur, multiplicentur $\frac{3}{2}$ in $\frac{4}{3}$, fientque $\frac{12}{6}$, quæ dupla est ratio. Quare ratio sesquialtera continuata cum ratione sesquitertiâ facit duplam : vel ut loquuntur Musici, ex diapente & diatessaron fit diapason.

Rationum imminutio fit per Divisionem : ut è ratione 3 ad 2 detrahenda sit 4 ad 3 : Idem est ac si jubeatur $\frac{3}{2}$ dividi per $\frac{4}{3}$ restabitque $\frac{9}{8}$: nam $\frac{4}{1}) \frac{3}{2} (\frac{9}{8}$ ratio sesquioctava : quæ mensura est Toni integri. Unde dicunt Musici quod differentia inter diapente & diatessaron est Tonus. Ut in hâc lineâ sive chordâ divisa in duodecim partes.



CAP. XI.

Exempla aliquot facillima, quibus quæ hactenus tradita ſunt familiaria redduntur: Et via ad Æquationem Analyticam ſternitur.

1. SCiendum primò eſt, quod inſequentibus, tum brevitatis, tum phantaſiæ juvandæ gratia, paſſim ferè his verborum ſymbolis utor. A & E ſignificant duos numeros, ſive magnitudines; quorum A plerumque major eſt, E minor. Æ rectangulum ſub ipſis. Z eſt ſumma. X differentia. Zq ſummæ quadratum. Xq differentiæ quadratum. Z. ſumma quadratorum. X. differentia quadratorum Z ſumma cuborum. X differentia cuborum. A, M, E, ſunt tres continuè proportionales: A, M, N, E, quatuor. Q: C: QQ: QC: &c. præfixæ magnitudinibus inter duo utrinque puncta incluſis, ſignificant illiuſmodi poteſtates. √ denotat radicem ſive latus poteſtatis ſimplicis, ſi non intercedant duo puncta: Si vero poteſtas duobus utrinque punctis includatur, ſignificat latus ipſius univerſale: quod etiam aliter per literam b vel r deſcribi ſolet, ut √b latus eſt Binomii, & √ r latus Reſidui ſive Apotomes. =nota eſt æqualitatis.

2. Sunt duo numeri ſive magnitudines, quorum major eſt A, minor E: quænam eſt ipſorum ſumma? quæ differentia? quod ſub ipſis rectangulum? quæ quadratorum ſumma? quæ quadratorum differentia? quæ ſummæ & differentiæ ipſorum ſumma? quæ ſummæ

mæ & differentiæ ipſorum differentia? quod ſummæ & differentiæ ipſorum rectangulum? quod ſummæ quadratum? quod differentiæ quadratum? quæ quadratorum ſummæ & differentiæ ſumma? quæ quadratorum ſummæ & differentiæ dfferentia? quod quadratum rectanguli?

Z eſt A+E. X eſt A-E. Æ eſt AE.
Zq=Aq+Eq Xq=Aq-Eq.
Z+X=2A Z-X=2E.
½Z+½X=A. ½Z-½X=E.
ZX=Aq-Eq=Xq. Zq.Xq::Z.X. nam. ZZ, ZX:: Z,X.
Zq=Aq+2AE+Eq=Z+2Æ.
Xq=Aq-2AE+Eq=Z-2Æ. = Zq-2Æ
Zq+Xq=2Aq+2Eq=2Z.
Zq-Xq=4AE. ¼Zq-¼Xq=Æ. ¼Zq-Æ=¼Xq
Æq=AqEq.
¼Zq=¼Xq+Æ

3. Sunt duo numeri ſive magnitudines, quorum ſumma eſt Z, & major ex ipſis ponitur A: quiſnam eſt minor? quæ ipſorum differentia? quod ſub ipſis rectangulum? quæ quadratorum ſumma? quæ quadratorum differentia?

E=Z-A. X=2A-Z. Æ=ZA-Aq.
Zq=Zq-2ZA+2Aq. Xq=2ZA-Zq.

Si vero minor ex ipſis ponatur E:

A=Z-E X=Z-2E. Æ=ZE-Eq.
Zq=Zq-2ZE+2Eq. Xq=Zq-2ZE.

4. Sunt duo numeri ſive magnitudines, quorum differentia eſt X, & major ex ipſis ponitur A: quiſnam

nam est minor? quæ ipsorum summa? quod sub ipsis rectangulum? quæ quadratorum summa? quæ quadratorum differentia?

E=A−X. Z=2A−X. Æ=Aq−XA.
Z=2Aq−2XA+Xq. X=2XA−Xq.

Si vero minor ex ipsis ponatur E.

A=E+X Z=2E+X Æ=Eq+XE.
Z=2Eq+2XE+Xq. X=2XE+Xq.

5. Sunt duo numeri sive magnitudines, quorum major ad minorem, rationem habet R ad S; & major ex ipsis ponitur A: quisnam est minor? quæ ipsorum summa? quæ ipsorum differentia? quod sub ipsis rectangulum? quæ quadratorum summa? quæ quadratorum differentia.

$E=\frac{SA.}{R}$ $Z=\frac{RA+SA.}{R}$ $X=\frac{RA-SA.}{R}$.
$Æ=\frac{SAq.}{R}$ $Z=\frac{RqAq+SqAq.}{Rq}$ $X=\frac{RqAq-SqAq.}{Rq}$

Si vero minor ex ipsis ponatur E:

$A=\frac{RE.}{S}$ $Z=\frac{RE+SE.}{S}$ $X=\frac{RE-SE.}{S}$
$Æ=\frac{REq.}{S}$ $Z=\frac{RqEq+SqEq.}{Sq}$ $X=\frac{RqEq-SqEq.}{Sq}$

6. Sunt

6. Sunt duo numeri ſive magnitudines, quorum rectangulum eſt Æ; & major ex ipſis ponitur A: quiſnam eſt minor? quæ ipſorum ſumma? quæ ipſorum differentia? quæ quadratorum ſumma? quæ quadratorum differentia?

$$E=\frac{Æ.}{A} \qquad Z=\frac{Aq+Æ.}{A} \qquad X=\frac{Aq-Æ.}{A}$$

$$Z=\frac{Aqq+Æq.}{Aq} \qquad X=\frac{Aqq-Æq.}{Aq}$$

Si vero minor ex ipſis ponatur E:

$$A=\frac{Æ.}{E} \qquad Z=\frac{Æ+Eq.}{E} \qquad X=\frac{Æ-Eq.}{E}$$

$$Z=\frac{Æq+Eqq.}{Eq} \qquad X=\frac{Æq-Eqq}{Eq}$$

7. Atque ex his comparatis multæ æqualitates oriuntur. Exempla ſumemus in ſumma & Differentia.

$$Z=A+E=2A-X=2E+X=\frac{Aq+Æ}{A}=\frac{Æ+Eq}{E} \text{ &c.}$$

$$X=A-E=2A-Z=Z-2E=\frac{Aq-Æ}{A}=\frac{Æ-Eq}{E} \text{ &c.}$$

Hoc modo etiam in reliquis comparationes poterunt inſtitui, quibus eadem magnitudo multas admittet interpretationes atque diverſitates.

Cap. XII.

De Genesi, et Analysi Potestatum.

1. Quia omnia resolvuntur in easdem partes, ex quibus coagmentantur: primò scire oportet ex quibus partibus quælibet potestas constituitur. Potestates autem fiunt à radice aliquoties in se multiplicatà. Nam latus in se ductum facit quadratum: Quadratum ductum in latus facit cubum: Cubus ductus in latus suum facit quadrato-quadratum, quæ potestas est quartana [4]: hæc iterum ducta in latus facit quadrato-cubum, scilicet quintanam [5]: Et sic ulteriùs progrediendo fiunt potestates sextana [6], septimana [7], octavana [8], nonana 9, decumana [10], & reliquæ, pro numero dimensionum suarum, ex quibus componuntur.

2. Quare potestatum à radice singulari, quæ unica figura, sive nota, constat, procreatio nihil habet difficultatis.

TA-

TABULA PRIOR POTESTATUM A RADICE SINGULARI.

LN	[2] q	[3] c	[4] qq	[5] qc	[6] cc	[7] qqc	[8] qcc
1	1	1	1	1	1	1	1
2	4	8	16	32	64	128	256
3	9	27	81	243	729	2187	6561
4	16	64	256	1024	4096	16384	65536
5	25	125	625	3125	15625	78125	390625
6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679516
7	49	343	2401	16807	117649	823543	5764801
8	64	512	4096	32768	262144	2097152	16777216
9	81	729	6561	59049	531441	4782969	43046721

3. Quæ verò à radice binarum notarum exſurgunt, hunc habent ortus ſui modum.

Geneſis poteſtatum à radice qinomia.

A+E
A+E

Aq+AE
+AE+Eq

Aq+2AE+Eq. Quadratum
A+E

Ac+2AqE+AEq
+AqE+2AEq+Ec

Ac+3AqE+3AEq+Ec. Cubus
A+E

Aqq+3AcE+3AqEq+AcEc
+AcE+2AqEq+3AEc+Eqq

Aqq+4AcE+6AqEq+4AEc+Eqq. Quadrato-quadrat.
A+E &c.

4. Atque hoc artificio conficietur tabula poteſtatum aſcendentium in ſcala à radice binomia: quæ *POSTERIOR* vocetur.

AE

Latus sive numerus.	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]
A	Aq	Ac	Aqq	Aqc	Acc	Aqqc	Aqcc	Accc	Aqqcc
E	2AEq	3AEc	4AEqq	5AEqc	6AEcc	7AEqcc	8AEqcc	9AEccc	10AEqccc
		3AqE	6AqEq	10AqEc	15AqEqq	21AqEqc	28AqEcc	36AqEqcc	45AqEqcc
		3AEq	4AcE	5AqqE	6AqcE	7AccE	8AqqcE	9AqccE	10AcccE
			6AqEq	10AcEq	15AqqEq	21AqcEq	28AccEq	36AqqcEq	45AqccEq
			4AEc	5AqqEc	15AcEq	35AqqEc	56AqcEc	84AccEc	120AqqcEc
			Eqq	5AEqq	20AcEc	35AcEqq	70AqqEqq	126AqqEqc	210AcccEqq
				Eqc	6AEqc	21AqEqc	56AcEqc	126AqqEqc	252AqcEqc
					Ecc	Eqqc	28AqEcc	84AcEcc	210AqqEcc
							8AEqqc	36AqEqqc	120AcEqqc
							Eqcc	9AEqcc	45AqEqqcc
								Eccc	10AEcccc
									Eqqcc

5. Quælibet ſpecies intermedia cujuſque ordinis componitur ex duabus ſpeciebus ordinis præcedentis utrinque proximis: nempe A poteſtate ſuperioris ſpeciei, & E poteſtate inferioris. Numerus etiam affigendus ex utroque numero iiſdem affixo, aggregatur. Quare continuari facile poterit hæc tabula ulterius pro libitu.

6. In hâc tabulâ duæ extremæ poteſtates ſingulorum generum ſunt diagonales: & ſpecies intermediæ ſunt complementa: quibus affixæ ſunt *unciæ*, oſtendentes numerum complementorum in conſtitutione cujuſque poteſtatis ſumendorum. Complementa autem omnia, cum E poteſtate, Gnomon non ineptè dici poterit.

7. Ex hâc tabulâ etiam liquet, quod quadratum à radice binarum notarum conſtat ex diagonalibus quadratis utriuſque notæ, & duplice rectangulo ſub ipſis notis. Cubus autem conſtat ex cubis diagonalibus & triplice ſolido ſub quadrato majoris notæ & notâ minore, & triplice item ſolido ſub majore notâ & quadrato minoris. Quod ſimiliter de reliquis quoque poteſtatibus eſt efferendum.

8. Oſtendit inſuper plena hæc myſteriis pulcherrimis tabella, in numeroſa poteſtate, ſedes tum poteſtatum ſingularium ſive diagonalium, tum cujuſque ſpeciei complementorum. Nam cùm inter bina quadrata unica eſt ſpecies, quadratorum ſedes unicum interponent pro complementis locum. Et cum inter binos cubos duæ ſunt complementorum ſpecies, cuborum ſedes binos interponent locos complementis ſuis ordine diſtribuendos.

Cap. XIII.

His itaque præmiſſis ad GENESIN. *Poteſtatum accedamus.*

1. PRoponatur Geneſis quadrati à latere 57. major igitur nota A eſt 5, minor E eſt 7. Scribantur 5 & 7 intermiſſio unius gradus ſpatio: & linea ſub ipſis ducatur. Sub 5 ſtatuatur quadratum ſuum 25: & ſub 7 ſuum 49. tum duplicetur 5, & multiplicetur per 7, fietque duplum rectangulum 70, ponendum loco intermedio. addantur omnia ſuis quæque locis: ſumma erit 3249 pro quadrato lateris 57 quæſito.

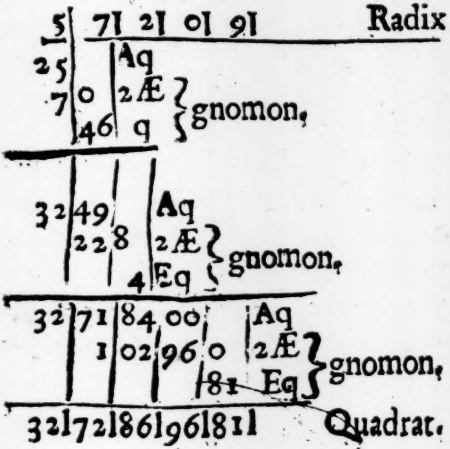
5	7	
25		Aq
70		2AE } gnomon.
	49	Eq }
3249		

2. Proponatur iterum Geneſis cubi à latere 57 ſcribantur 5 & 7 intermiſſo duorum graduum ſpatio: & linea ſub ipſis ducatur. ſub 5 ſtatuatur cubus ſuus 125: & ſub 7 ſuus 343. tum quadratum à 5 triplicetur, & multiplicetur per 7, fietque triplum ſolidum majus 525, ponendum loco priore intermedio: item triplicetur 5, & multiplicetur per 49 quadratum à 7, fietque triplum ſolidum minus 735, ponendum loco

5	7	
125	Ac	
525	5	3AqE } gnomon.
735	7	3AEq }
	343	Ec
185	193	

loco intermedio ſecundo. addantur omnia ſuis quæque locis: ſumma erit 185193 pro cubo lateris 57 quæſito.

3. Si latus propoſitum conſtet pluribus figuris, ut 57209: Primò poteſtas duarum primarum figurarum 57 quærinda eſt. Deinde ſumptis 57 pro A, & figura 2 ſequente pro E: quæratur poteſtas ipſius eodem, qui aute oſtenſus eſt tabellæ ordine. Quod etiam in reliquis figuris ſingulatim eſt faciendum.



57

5	7	21	01	9	Radix.
125		Ac			
52	5	3AqE			Gnomon.
7	35	3AqE			
	343	Ec			
185	193		Ac		
1	949	4	3AqE		Gnomon.
	6	84	3Aeq		
		8	Ec		
187	149	248	000	Ac	
	88	339	680	0	3AqE Gnomon.
		13	899	60	3AEq
				729	Ec
187	257	601	580	329	Cubus.

4. Ex his, quæ jam declarata sunt, non difficile erit reliquas etiam omnes superiorum generum potestates progignere: modò in ipsarum genitură inferiorum omnium ad ipsas adscendentium potestatum vides.

CAP.

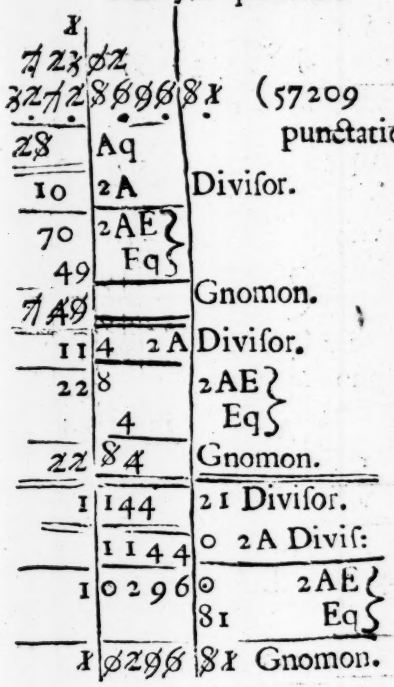
Cap. XIV.

Sequitur ANALYSIS: quæ est eductio radicis ex numerosa potestate data.

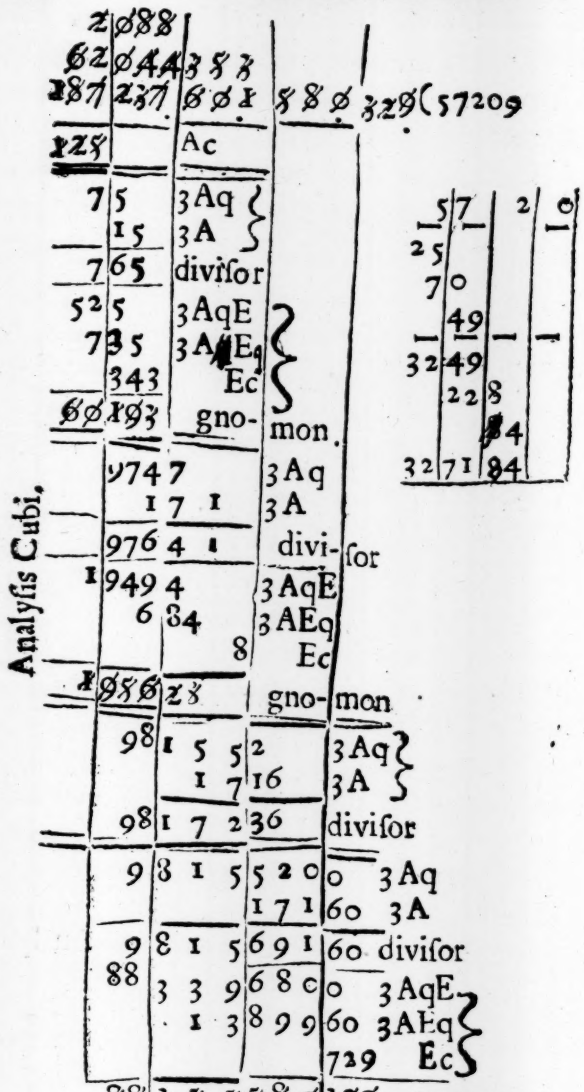
1. ANalysis, postquam sedes potestatum, pro suo quasque juxta tabulam genere, punctis, posito primo puncto sub loco unitatum, distinxerit: primò ex figuris primi à sinistra puncti potestatem diagonalem comprehensam tollit: latusque ipsius, quod A vocetur, in margine scribit. tum numero reliquo, ad proximum usque punctum (qui gnomonem intelligitur continere) per divisorem ex latere A invento legitimè conflatum, diviso, secundum latus E quærit & in margine scribit: per quod demùm gnomonem perficit: perfectumque ex reliquo illo subtrahit. Et sic integra duorum primorum singularium laterum, in duobus primis punctis contenta, potestate empta, restabit ad tertium usque punctum gnomon pro tertio latere similiter eruendo.

Analysis

Analyſis quadrati.



Analyſis


Analysis Cubi.
Ac
3Aq
3A
divisor
3AqE
3AEq
Ec
gnomon.
3Aq
3A
divisor
3AqE
3AEq
Ec
gnomon
3Aq
3A
divisor
divisor
3Aq
3AqE
3AEq
729 Ec
gnomon.

2. Si

2. Si numerus propoſitus non ſit verus ſui generis figuratus, ſed peracta Analyſi aliquid reſtet : punctationes circulorum pro ſuo genere, quot opus erit, ſtatuendæ ſunt : & continuanda Analyſis poſt lineam ſeparatricem.

3. Ex his etiam quæ declarata ſunt, non difficile erit ope tabellæ radices ex ſuperioribus poteſtatibus omnibus educere.

Cap. XV.

De Lateribus Surdis.

1. SI quotlibet numeri ſint continuè proportionales : Erit ut primus ad ultimum, ſic poteſtas primi æquimultiplicata numero terminorum minus uno, ad poteſtatem ſimilem ſecundi. Sunto quatuor ∴ A,M,N,E.

Quia { A. M::A.N / M.N::A.M / N. E ::A.M } Erit per Multiplicationem A.E::Ac. Mc.

2. Numeri plani vel ſolidi ſimiles ſunt, quorum latera homologa ſunt proportionalia.

3. Numeri plani ſimiles ſunt in duplicatâ ratione (hoc eſt, ut quadrata) homologorum laterum. Sunt igitur numeri plani ſimiles, ut quadratus numerus ad quadratum numerum. Item numeri ſolidi ſimiles ſunt in triplicata ratione (hoc eſt, ut Cubi) homologorum laterum. Sunt igitur numeri ſolidi ſimiles, ut numerus Cubicus ad numerum Cubicum.

4. Et

4. Et generaliter omnes figurati ſimiles plurimum dimenſionum, ſunt in ratione homologorum laterum, æquimultiplicata numero dimenſionum, ex quibus componuntur. Dimenſiones ſunto quatuor, nempe A B C D unius, & E F G H alterius, in ratione R ad S.

Quia { A. E :: R. S
B. F :: R. S
C. G :: R. S
D. H :: R. S } Erit per multiplicationem ABCD. EFGH :: Rqq. Sqq.

5. Si numerus non ſit verus ſui generis figuratus, latus ejus dicitur ſurdum. & ſic notatur, √q6, √c4, √qq20, √qc13 : hoc eſt latus quadrati 6, latus cubi 4, latus quadrato-quadrati 20, latus quadrato-cubi 13. &c.

6. Latera ſurda commenſurabilia ſunt, quorum numeri ad minimos terminos reducti, fiunt veri ſui generis figurati : ſuntque idcirco ut numerus ad numerum, ut √q12 & √q147 reducta ad minimos terminos per √q3 maximam utriuſque communem menſuram, fiunt √q4 & √q49, hoc eſt 2 & 7 : quare cum √q12 & √q147 ſint ut 2 ad 7, erunt commenſurabilia. Sic √c40 & √c1715 ſunt ut 2 ad 7, quoniam diviſa per maximam ſuam communem menſuram √c5, fiunt √c8 & √ c343 ; ideoque commenſurabilia.

7. Adduntur autem, atque ſubtrahuntur, latera ſurda commenſurabilia, ſi ſummæ, vel differentiæ, numerorum ipſis ſimilium inventorum homogenea poteſtas

potestas ducatur in communem ipsorum mensuram. Ut $\sqrt{q147}+\sqrt{q12}$ est $\sqrt{q243}$; hoc est latus quadrati à $7+2$ (nempe 81) ductum in $\sqrt{q3}$ maximam ipsorum communem mensuram. Et $\sqrt{q147}-\sqrt{q12}$ est $\sqrt{q75}$; hoc est latus quadrati à $7-2$ (nempe 25) ductum etiam in $\sqrt{q3}$.

Item $\sqrt{c1715}+\sqrt{c40}$ est $\sqrt{c3645}$, hoc est latus cubi $7+2$ (nempe 729) ductum in $\sqrt{c5}$ maximam ipsorum communem mensuram. Et $\sqrt{c1715}-\sqrt{c40}$ est $\sqrt{c625}$, hoc est latus cubi à $7-2$ ductum etiam in $\sqrt{c5}$.

Additionis & subductionis operatio talis est.

$\sqrt{q3})\sqrt{q147}(\sqrt{q49.7}$
$\sqrt{q12}(\sqrt{q4.2.}$

$\sqrt{q243}\ \sqrt{q81.9}$ summa
$\sqrt{q75}\ \sqrt{q25.5}$ differ.

$\sqrt{c5})\sqrt{c1715}(\sqrt{c343.7}$
$\sqrt{c40}(\sqrt{c8.2}$

$\sqrt{c3645}\ \sqrt{c729.9}$
$\sqrt{c625}\ \sqrt{c125.5}$

$\sqrt{12}+\sqrt{\frac{27}{4}}$
vel
$\sqrt{\frac{48}{4}}+\sqrt{\frac{27}{4}}$

$\sqrt{3})\sqrt{48}(\sqrt{16.4}$
$\sqrt{27}(\sqrt{9.3}$

$\sqrt{\frac{147}{4}}\ \sqrt{49.7}$
$\sqrt{\frac{3}{4}}\ \sqrt{1.1}$

$\sqrt{\frac{245}{12}}+\sqrt{\frac{5}{12}}$

$\sqrt{5})\sqrt{245}(\sqrt{49.7}$
$\sqrt{5}(\sqrt{1.1}$

$\sqrt{\frac{320}{12}}\ \sqrt{64.8}$
$\sqrt{\frac{180}{12}}\ \sqrt{36.6}$

8. Latera verò surda incommensurabilia, atque heterogenea, adduntur, vel subtrahuntur, signis + vel − ut $\sqrt{q7}+\sqrt{q4}$. & $\sqrt{c10}-\sqrt{c5}$.

9. Si numerus figuratus per numerum figuratum homogeneum multiplicetur, factus erit numerus ejusdem

ejuſdem generis figuratus, cujus latus æquale eſt facto à lateribus numerorum multiplicatorum. Et ſi numerus figuratus per numerum figuratum homogeneum dividatur, quotus erit numerus ejuſdem generis figuratus, cujus latus æquale eſt quoto lateris Dividendi ad Diviſoris latus applicati. Ut factus à numeris cubicis 343 & 27 eſt 9261, numerus etiam cubicus, cujus latus eſt 7×3. Item $\sqrt{q}\frac{AqBq}{Bq}$ eſt $\frac{AB}{B}$.

10. Quare laterum ſurdorum homogeneorum multiplicatio, & diviſio, procreat latus etiam ſurdum homogeneum: ut $\sqrt{q}7$ in $\sqrt{q}3$ eſt $\sqrt{q}21$. Et $\sqrt{q}7) \sqrt{q}21 (\sqrt{q}3$: vel $\sqrt{q}\frac{21}{7}$ eſt $\sqrt{q}3$. Item $\sqrt{q}A$ in $\sqrt{q}E$ eſt $\sqrt{q}AE$. Et $\sqrt{q}A) \sqrt{q}AE (\sqrt{q}E$: vel $\sqrt{q}\frac{AE}{A}$ eſt $\sqrt{q}E$.

11. Latera verò heterogenea non multiplicantur, vel dividuntur, niſi prius ad idem genus reducuntur, quod fit dividendo indices utriuſque poteſtatis propoſitæ per maximam ipſorum communem menſuram: & multiplicando tum Indices per alternos quotos: tum ipſas poteſtates in ſpecies alternis quotis cognomines. Ut ſi ad multiplicandum vel dividendum, proponatur $\sqrt{qq}10$ & $\sqrt{cc}7$. Primò reducuntur ad $\sqrt{cccc}$ 1000, & $\sqrt{cccc}49$: cubando 10, & quadrando 7: Tum demùm fiat multiplicatio, vel diviſio. Sic etiam $\sqrt{qq}A$, & $\sqrt{cc}Bq$ reducuntur ad $\sqrt{ccccAc}$, & $\sqrt{ccccBqq}$: uti planiùs apparebit per praxim, quæ hic apponitur.

$\sqrt{[12]}1000\sqrt{[12]}49 \quad \sqrt{[12]}Ac\sqrt{[12]}Bqq$
$[2])\ \sqrt{[4]}10 \quad \sqrt{[6]}7[2]) \quad \sqrt{[4]}A \quad \sqrt{[6]}Bq$
$[2] \quad [3] \quad [2] \quad [3]$

Rursus si $\sqrt{c32}$ duplicandum sit, vel multiplicandum per 2: pro 2 sumatur $\sqrt{c8}$: & per ipsum multiplicetur $\sqrt{c32}$; fietque $\sqrt{c256}$, equivalens bis $\sqrt{c32}$.

Item si dimidiandum sit $\sqrt{c32}$, vel dividendum per 2: pro 2 sumatur $\sqrt{c8}$: & per ipsum dividatur $\sqrt{c32}$; orieturque $\sqrt{c\frac{32}{8}}$; hoc est $\sqrt{c4}$, æquivalens $\frac{1}{2}\sqrt{c32}$.

Sic etiam $\frac{22}{7}\sqrt{qAq}$, fiet $\sqrt{q^{\frac{484}{49}}Aq}$, hoc est $\frac{22}{7}A$.

12. Si latus potestatis multiplicandum sit secundùm exigentiam suæ speciei: deleatur nota speciei lateralis: ut Q: $\sqrt{q64}$, vel G: $\sqrt{c64}$, est 64.

13. Et si latus potestatis, cujus index est numerus compositus, multiplicandum sit secundùm exigentiam alterutrius speciei componentis: latus alterius speciei numero speciali solùm præfigatur: ut Q: $\sqrt{cc64}$ est $\sqrt{c64}$ & C. $\sqrt{cc64}$ est $\sqrt{q64}$. Nam $\sqrt{cc}$ est $\sqrt{[2\times3]}$

14. Si magnitudo plurium nominum, ducatur in seipsam, cum uno ex suis signis mutato; expurgabitur unum nomen. Ut $3+\sqrt{5}+\sqrt{2}$ in $3+\sqrt{5}-\sqrt{2}$, fiet $12+\sqrt{180}$.

CAP. XVI.

DE ÆQUATIONE. & De quæſtionibus per Æquationem ſolvendis.

1. QUotieſcunque problema aliquod, ſive quæſtio, proponitur: Puta præſtitum eſſe quod poſtulatur: aptâque adhibita ratiocinatione, pro quæſita magnitudine ponatur A, vel alia aliqua vocalis: pro magnitudinibus autem datis conſonantes: quò facilius magnitudines datæ ab incertis dignoſcantur.

2. Deinde magnitudines, tam datæ, quam quæſitæ, ſecundum conditionem quæſtioni convenientem, efformentur atque comparentur, addendo, ſubtrahendo, multiplicando, & dividendo donec tandem aliquid inveniatur magnitudini, de qua quæritur, vel ſuæ, ad quam aſcendet, poteſtati æquale.

3. Et quia in omni ferè æquatione, ubi primò ex involucris quæſtionis effulget, nota cum ignotis confunduntur: termini ipſius ita ſunt ordinandi, ut quæ in data habentur menſura, faciant unam partem, & quæ ignota quæruntur, alteram. Quod quo artificio fiat, regulę quinque ſequentes commonſtrabunt.

4. Primò ſi magnitudo quæſita, vel aliquis ejus gradus, ſit in fractione: fiat omnium magnitudinum ad unam denominationem reductio: ut, omiſſo communi illo denominatore, in ſolis numeratoribus æquatio cenſeatur. Ut $A - C = \frac{Aq + Bq}{D} + B + C$: Erit $DA - DC = Aq + Bq + DB + DC$.

5. Secundò, ſi quæ in data habentur menſura, immiſceantur

miſcéantur cum quæſitis: *fiat tranſpoſitio magnitudinum ex una parte in aliam ſub contrario ſigno.* Ut DA-DC=Aq+Bq+DB+DC: Et tranſpoſitis DC & Aq, erit DA-Aq=2DC+DB+Bq. Quæ etiam regula in omni tranſpoſitione ſervanda eſt.

6. Tertiò, ſi ſpecies altiſſima quæſitæ magnitudinis ducatur in magnitudinem aliquam datam; fiat omnium magnitudinum æquationis ad illam communis applicatio. Ut BAq+BqA=Zc, erit $Aq+BA=\frac{Zc}{B}$

7. Quarto, ſi cóntingat omnes datas magnitudines duci in gradum aliquem magnitudinis quæſitæ: fiat omnium, per applicationem ad minimam ſpeciem, ſecundum ordinem tabellę, communis depreſſio. Ut Aqq+BAc=ZqAq, erit Aq+BA=Zq, expuncto in ſingulis Aq. Atque hoc modo æquatio quælibet propoſita poterit deprimi, ſive reduci ad minores ſpecies; Si terminorum omnium fiat ad eundem gradum communis applicatio. Ut Ac+XAq=Nc, diviſa per A, fiet $Aq+XA=\frac{Nc:}{A}$ at diviſa per Aq, fiet $A+X=\frac{Nc}{Aq}$ Quæ quidem operatio in numeroſa affectarum æquationum reſolutione uſus erit non contemnendi: quia latus quæſitum faciliùs æſtimatur in minoribus poteſtatibus, quam in majoribus.

8. Quintò, ſi magnitudo aliqua ſit latus ſurdum: æquatio in ipſis poteſtatibus eſt inſtituenda. Ut $\sqrt{qBA+B}=C$: vel per tranſpoſitionem $\sqrt{qBA}=C-B$. Ideoque ipſorum quadrata, $BA=Cq-2CB+Bq$: vel $A=\frac{Cq-2CB+Bq.}{}$

Item √u: BA+CA: - D = B. Vel √u: BA+CA: = D + B. Ideoque & ipsorum quadrata BA+CA = Bq+2BD+Dq: vel $A = \frac{Bq + 2BD + Dq.}{B + C}$ Denique $\sqrt{q}\frac{A}{3} = \sqrt{c}2A$: vel per 11 c 15, $\sqrt{qc}\frac{Ac}{27} = \sqrt{qc}4Aq.$ quare Ac = 108Aq. ET A = 108.

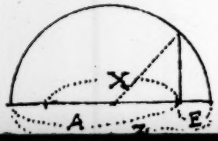
9. Æquationum, in quibus sunt tres species æqualiter in ordine scalæ ascendentes, constitutio liquebit ex sect: 2, 3, 4, capitis 11: Nam quia.

Z - A = E: ducatur utraque pars in A.
Z - E = A: ducatur utraque pars in E.
A - X = E: ducatur utraque pars in A.
E + X = A: ducatur utraque pars in E.
Et similiter fiat in Z & X, &c.

Atque hac multiplicatione hujusmodi orientur æquationes.

ZA-Aq = Æ	Aq-XA = Æ
ZAq-Aqq = Æq	Aqq-XAq = Æq
ZAc-Acc = Æc	Acc-XAc = Æc
&c	&c
ZE-Eq = Æ	Eq+XE = Æ
ZEq-Eqq = Æq	Eqq+XEq = Æq
ZEc-Ecc = Æc	Ecc+XEc = Æc
&c	&c

Quotiescunque igitur proponitur Æquatio constans ex tribus speciebus æqualiter in ordine scalæ ascendentibus: Cogitabis magnitudinem absolutam



tam datam esse rectangulum sub duabus magnitudinibus quæsitis, sive latera sint, sive quadrata, sive Cubi, &c: qualis scil: est potestas mediæ speciei. In media autem speciei, si altissima species sit negata, coëfficientem esse summam magnitudinum quæsitarum; Et de utrâque exponi. At si altissima species sit affirmata, coëfficientem esse magnitudinum quæsitarum differentiam; ipsam autem speciem exponi de majore, negatam; vel de minore, affirmatam.

Tum datis binarum magnitudinum summa & rectangulo, datur earundem differentia: vel data differentia & rectangulo, datur summa. Nam per 2 Cap: XI.

$$\left.\begin{array}{l} Q:\frac{1}{2}Z:-Æ=Q:\frac{1}{2}X \\ Q:\frac{1}{2}X:+Æ=Q:\frac{1}{2}Z \end{array}\right\} \text{quare} \left\{\begin{array}{l} \sqrt{u:\frac{1}{4}Zq-Æ:}=\frac{1}{2}X. \\ \sqrt{u:\frac{1}{4}Xq+Æ:}=\frac{1}{2}Z. \end{array}\right.$$

Denique datis binarum magnitudinum $\frac{1}{2}Z$ & $\frac{1}{2}X$, dantur ipsæ magnitudines; hisce duabus Regulis.

I Reg. $\frac{1}{2}Z \pm \sqrt{u:\frac{1}{4}Zq-Æ:} (\frac{1}{2}X) = \frac{A.}{E.}$

II Reg. $\sqrt{u:\frac{1}{4}Xq+Æ:} (\frac{1}{2}Z) \pm \frac{1}{2}X = \frac{A.}{E.}$

Atque hæ duæ sunt regulæ pro solutione Æquationis cujusque: in qua sunt tres species, æqualiter in ordine scalæ ascendentes.

10. GENESIS sex Binomiorum ex lateribus suis surdis. Regula est, $Z+2Æ=Zq$.
In Apotomis verò, $Z-2Æ=Xq$.

Exempl: I. Quadretur Binomium $4+\sqrt{11}$. Hîc Z est $16+11$, hoc est 27. Et Æ est $\sqrt{16\times11}$, hoc est $\sqrt{176}$: cujus duplum est $\sqrt{704}$. Quadratum igitur erit $27+\sqrt{704}$. Quod dicitur Binomium I.

Exempl:

Exempl: II. Quadretur Bimediale prius, $\sqrt{qq12} + \sqrt{qq^{\frac{27}{4}}}$. Hîc Z eſt $\sqrt{12} + \sqrt{\frac{27}{4}}$, vel $\sqrt{\frac{48}{4}} + \sqrt{\frac{27}{4}}$, hoc eſt $\sqrt{\frac{1+2}{4}}$, per 7, Cap: XV. Et Æ eſt $\sqrt{qq12} \times \sqrt{qq^{\frac{27}{4}}}$, vel $\sqrt{qq3} \times \sqrt{qq27}$; hoc eſt, $\sqrt{qq81}$, ſcil: 3: cujus duplum eſt 6. Quadratum igitur erit $\sqrt{\frac{1+7}{4}} + 6$: Quod dicitur Binomium II.

Exempl: III. Quadretur Bimediale poſterius $\sqrt{qq^{\frac{20}{3}}} + \sqrt{qq15}$. Hîc Z eſt $\sqrt{\frac{20}{3}} + \sqrt{15}$, vel $\sqrt{\frac{20}{3}} + \sqrt{\frac{45}{3}}$; hoc eſt $\sqrt{\frac{2+5}{3}}$, per 7, Cap. XV. Et Æ eſt $\sqrt{qq^{\frac{20}{3}}} \times \sqrt{qq15}$, vel $\sqrt{qq80} + \sqrt{qq5}$; hoc eſt $\sqrt{qq400}$, ſcil: $\sqrt{20}$: cujus duplum eſt $\sqrt{80}$. Quadratum igitur erit $\sqrt{\frac{2+5}{3}} + \sqrt{80}$. Quod dicitur Binomium III.

In tribus reliquis, quę conſtat ex radicibus Binomii & Reſidui connexis, ut $\sqrt{b}$: A+E: pl $\sqrt{r}$: A-E: perſpicuum eſt Z eſſe 2A: & Æ eſſe $\sqrt{}$:Aq-Eq: quare

Exempl: IV. Quadretur Major, $\sqrt{b}$: $\frac{7}{2} + \sqrt{\frac{20}{4}}$: pl $\sqrt{r}$: $\frac{7}{2} - \sqrt{\frac{20}{4}}$. Hîc Z eſt $\frac{7}{2} + \frac{7}{2}$, hoc eſt, 7. & Æ eſt $\sqrt{u}$: $\frac{49}{4} - \frac{20}{4}$: hoc eſt, $\sqrt{\frac{20}{4}}$, ſcil: $\sqrt{5}$: cujus duplum eſt $\sqrt{20}$. Quadratum igitur erit $7 + \sqrt{20}$. Quod dicitur Binomium IV.

Exempl: V. Quadretur Potens rationale cum mediali, $\sqrt{b}$: $\sqrt{5} + 1$: pl $\sqrt{r}$: $\sqrt{5} - 1$. Hîc Z eſt $\sqrt{5} + \sqrt{5}$; hoc eſt, $\sqrt{20}$. Et Æ eſt $\sqrt{}$: 5-1: hoc eſt, $\sqrt{4}$, ſcil: 2: cujus duplum eſt 4. Quadratum igitur erit $\sqrt{20} + 4$. Quod dicitur Binomium V.

Exempl: VI. Quadretur Potens duo medialia, $\sqrt{b}$:$\sqrt{}$, $+\sqrt{3}$:pl $\sqrt{r}$: $\sqrt{5} - \sqrt{3}$. Hîc Z eſt $\sqrt{5} + \sqrt{5}$, hoc eſt, $\sqrt{20}$. Et Æ eſt $\sqrt{}$: 5-3: hoc eſt, $\sqrt{2}$:cujus duplum eſt $\sqrt{8}$. Quadratum igitur erit $\sqrt{20} + \sqrt{8}$. Quod dicitur Binomium VI.

II. ANALYSIS. In Binomio igitur quadratico,

tico, majus nomen est Z : & minus nomen 2Æ. At in 2 Cap. XI, ordinatum est, $\frac{1}{4}$Zq-Æ=$\frac{1}{4}$Xq: scil; $\frac{1}{4}$ Q: A+E:-Æ=$\frac{1}{4}$Q: A-E. Quare si pro A & E sumantur ipsarum quadrata Aq & Eq, erit $\frac{1}{4}$Q:Aq+Eq:-AqEq =$\frac{1}{4}$Q: Aq-Eq: hoc est, $\frac{1}{4}$Zq-Æq=$\frac{1}{4}$Xq, ex quo Theoremate pro Analysi Binomii deducitur hæc Regula.

$\frac{1}{2}$Z ± √q:$\frac{1}{4}$Zq-Æq:($\frac{1}{2}$X.)=$\frac{Aq.}{Eq.}$

Exempl: I. Quæratur latus Binomii I, 27+√704: nempe Z+2Æ. Quare $\frac{1}{2}$Z est $\frac{27}{2}$ & Æ est √$\frac{704}{4}$:& $\frac{1}{4}$ Zq-Æq est $\frac{729}{4}-\frac{704}{4}$;hoc est, $\frac{25}{4}$: cujus latus $\frac{1}{2}$ est$\frac{1}{2}$X. At per Reg: $\frac{27}{2}+\frac{5}{2}=\frac{16.}{11.\sqrt{11}}\;\frac{4}{}$ } Latus igitur quæsitum est 4+√11. Et dicitur Binomium I.

Exempl: II. Quæratur latus Binomii II,√$\frac{147}{4}$+6: nempe Z+2Æ. Quare $\frac{1}{2}$Z est √$\frac{147}{16}$: Et Æ est 3. & $\frac{1}{4}$Zq-Æq est $\frac{147}{16}$-(9) $\frac{144}{16}$; hoc est $\frac{3}{16}$: cujus latus √$\frac{3}{16}$ est $\frac{1}{2}$X. At per Reg:√$\frac{147}{16}$+√$\frac{3}{16}$=$\frac{\sqrt{12.\sqrt{qq12.}}}{\sqrt{\frac{27}{4}.\sqrt{qq\frac{27}{4}.}}}$ } Latus igitur quæsitum est √qq12+√qq$\frac{27}{4}$. Et dicitur Bimediale prius.

Exempl: III. Quæratur latus Binomii III, √$\frac{245}{4}$ +√80 : nempe Z+2Æ. Quare $\frac{1}{2}$Z est √$\frac{245}{12}$: & Æ est √20. & $\frac{1}{4}$Zq-Æq est $\frac{245}{12}$-(20) $\frac{240}{12}$; hoc est $\frac{5}{12}$: cujus latus √$\frac{5}{12}$ est $\frac{1}{2}$X. At per Regul: √$\frac{245}{12}$+√$\frac{5}{12}$= √$\frac{20}{4}$. √qq$\frac{20}{4}$ } Latus igitur quæsitum est √qq$\frac{20}{4}$+ √15. √qq15 } √qq15. Et dicitur Bimediale posterius.

Exempl: IV. Quæratur latus Binomii IV,7+√20; nempe Z,+2Æ.Quare$\frac{1}{2}$Z est$\frac{7}{2}$:& Æ est√5:&$\frac{1}{4}$Zq-Æq

est $\frac{22}{4}-(5)\frac{22}{4}$; hoc est, $\frac{22}{4}$: cujus latus $\sqrt{\frac{22}{4}}$ est $\frac{1}{2}$X. At per Reg. $\frac{7}{2}\pm\sqrt{\frac{22}{4}}=\begin{matrix}\frac{7}{2}+\sqrt{\frac{22}{4}}\sqrt{b}:\frac{7}{2}+\sqrt{\frac{22}{4}}\\ \frac{7}{2}-\sqrt{\frac{22}{4}}\sqrt{r}:\frac{7}{2}-\sqrt{\frac{22}{4}}\end{matrix}$ Latus igitur quæsitum est $\sqrt{b}:\frac{7}{2}+\sqrt{\frac{22}{4}}$ pl $\sqrt{r}:\frac{7}{2}-\sqrt{\frac{22}{4}}$: & dicitur Major.

Exempl: V. Quæratur latus Binomii V, $\sqrt{20}+4$: nempe Z+1Æ. Quare $\frac{1}{2}\sqrt{20}$ est $\sqrt{5}$: & Æ est 2: & $\frac{1}{4}$Zq-Æq est 5-4; hoc est 1, cujus latus 1 est $\frac{1}{2}$X. At per Reg: $\sqrt{5}\pm 1=\begin{matrix}\sqrt{5}+1.\sqrt{b}:\sqrt{5}+1\\ \sqrt{5}-1.\sqrt{r}:\sqrt{5}-1\end{matrix}$ Latus igitur quæsitum est $\sqrt{b}:\sqrt{5}+1$: pl $\sqrt{r}:\sqrt{5}-1$, Et dicitur Potens rationale cum mediali.

Exempl: VI. Quæratur latus Binomii VI, $\sqrt{2c}+\sqrt{1}$: nempe Z+2Æ. Quare $\frac{1}{2}$Z est $\sqrt{5}$: & Æ est $\sqrt{2}$: & $\frac{1}{4}$Zq -Æq est 5-2; hoc est 3: cujus latus $\sqrt{3}$ est $\frac{1}{2}$X. At per Regul: $\sqrt{5}\pm\sqrt{3}=\begin{matrix}\sqrt{5}+3.\sqrt{b}:\sqrt{5}+\sqrt{3}.\\ \sqrt{5}-3.\sqrt{r}:\sqrt{5}-\sqrt{3}.\end{matrix}$ Latus igitur quæsitum est $\sqrt{b}:\sqrt{5}+\sqrt{3}$: pl $\sqrt{r}:\sqrt{5}-\sqrt{3}$. Et dicitur Potens duo medialia.

12. Atque hîc obiter trianguli rectanguli plani Geneſis ſe offert. Quia Zq=Xq+4AE, nempe Hq=Pq+Cq, per 47 e 1: Propoſitis binis quibuſcunque lineis ſive numeris A & E, trianguli rectanguli latera erunt, A+E, A-E, $\sqrt{4}$AE: vel etiam (mutatis A & E in Aq & Eq) Aq+Eq. Aq-Eq. 2AE, (ſcil: $\sqrt{4}$AqEq.) Ut ſi proponantur duo numeri 2 & 1: latera erunt 3,1, $\sqrt{8}$: nempe 2+1, 2-1, $\sqrt{4\times2\times1}$. vel etiam 5,3,4: nempe 4+1, 4-1, 2×1 bis.

13. Datis binis triangulis, rectangulis, H,B,C: & h, b, c: tertium ex ipſis fabricare: idque duplicetur,

1. Quia $\begin{matrix}Bq=Hq-Cq\\ Et\ bq=hq-cq\end{matrix}$ Multiplicentur invicem,

Fritque

Eritque Bqbq=Hqhq+Cqcq mi Hqcq+Cqhq.
At Hqhq+Cqcq+2Hchc=Q:Hh+Cc:
Et Hqcq+Cqhq+2HChc=Q:Hc+Ch:
Subducatur unum quadratum ex altero: & erit,
Bqbq=Q:Hh+Cc: mi Q:Hc+Ch:
Et ſic inventum eſt ex his triangulum tertium,
Bb. Hh+Cc. Hc+Ch. Hæc Regula ſit I.

Enunciatur autem verbis ſic. Pro trianguli novi baſe, ſumatur rectangulum ſub baſibus: Pro hypotenuſa, rectangulum ſub hypotenuſis auctum rectangulo ſub cathetis. Pro catheto, rectangulum ſub hypotenuſa primi & catheto ſecundi, auctum rectangulo ſub catheto primi & hypotenuſa ſecundi.

IIo Quia Hq=Bq+Cq
Et hq=bq+cq } Multiplicentur invicem
Eritque Hqhq=Bqbq+Cqcq pl.Bqcq+Cqbq.
At Bqbq+Cqcq-2BCbc=Q:Bb-Cc:
Et Bqcq+Cqbq+2BCbc=Q:Bc+Cb:
Addantur hæc duo quadrata: & erit
Hqhq=Q:Bb-Cc:pl Q:Bc+Cb.

Et ſic inventum eſt ex his triangulum tertium,
Hh.Bb-Cc. Bc+Cb. Hæc Regula ſit II.

Enunciatur autem verbis ſic. Pro trianguli novi hypotenuſa, ſumatur rectangulum ſub hypotenuſis. Pro baſe, rectangulum ſub baſibus minutum rectangulo ſub cathetis. Pro catheto, rectangulum ſub baſe primi, & catheto ſecundi, auctum rectangulo ſub catheto primi & baſe ſecundi.

14. Si trianguli rectanguli latera continuè multiplicentur juxta binas regulas modò inventas: Prima multiplicatio triangulum producet bicompoſitum: ſecunda

ſecunda tricompoſitum: tertia quadricompoſitum: & ſic ulterius.

Exempl. Reg. I. Bb. Hh + Cc. Hc + Ch.

B. H. C. trianguli ſimpli.
B. H. C.

Bq. Hq + Cq. 2 HC. triang. bicompoſit.
B . H . C

Bc. Hc + HCq. 2HqC
2HCq. HqC + Cc.

Bc. Hc + 3HCq. 3HqC + Cc. tri compoſit.
B . H . C

Bqq. Hqq + 3HqCq. 3HcC + HCc
Cqq + 3HqCq. HcC + 3HCc.

Bqq. Hqq + 6HqCq + Cqq. 4HcC + 4HCc.
B . H . C (quadricomp.
&c.

Exempl. Reg. II. Hh. Bb - Cc. Bc + Cb.

H. B. C. trianguli ſimpli.
H. B. C.

Hq. Bq - Cq. 2BC: triang. bicompoſit.
H . B . C

Hc. Bc - BCq. 2BqC
- 2BCq. BqC - Cc

Hc. Bc - 3BCq. 3BqC - Cc: tri-compoſit.
H . B . C

Hqq. Bqq - 3BqCq. 3BcC - BCc
Cqq - 3BqCq. BcC - 3BCc

Hqq. Bqq - 6BqCq + Cqq. 4BcC - 4BCc.
H . B . C (quadricomp.
&c.

CAP.

Cap. XVII.

Alia tabulæ posterioris in Cap. 12. inspectio, quoad Æquationes.

1. A Binomia radice A+E, potestatum species omnes sunt affirmatæ. A Residuo verò potestatum species omnes sunt alternatim negatæ, ut Q:A-E: est Aq--2AE+Eq. Et C:A-E: est Ac -3AqE+3AEq-Ec. Et QQ:A-E: est Aqq-4AcE+ 6AqEq-4AEc+Eqq. &c. Adeò ut sit potestatis cujusvis species alternatim sumptæ, in duas summas aggregentur: harum summarum connexio cum signo radicis, erit radicis ipsius potestas. Atque hæc est Binomiorum, ac Residuorum, Quadraticorum, Cubicorum, aliorumque constitutio.

2. Quare nominum Binomii, vel Residui cujusque differentia, est homogenea potestas differentiæ nominum radicis. scil: Ac+3AEq mi 3AqE+Ec vel Ac+3AEq-3AqE-Ec, est C:A-E.

3. Et Quadratorum è nominibus Binomii vel Residui cujusq; differentia, est homogenea potestas differentiæ quadratorum è nominibus radicis. scil: Q:Ac+3AEq:mi Q:3AqE+Ec est C:Aq-Eq.

Nam per exempl: Reg: I, in 14, Cap. XVI, si cogitetur A hypotenusa trianguli rectanguli; & E cathetus; & Aq-Eq quadratum basis; hoc Theorema aliter symbolis explicabitur sic: Q:Hc+3HCq: mi Q:3HqC+Cc:= C:Bq:= Q:Bc: ergo.

4. At si species in nominibus aggregatæ, ipsæ etiam

am alternatim adfirmentur, & negentur: Quadratorum è nominibus ſumma, eſt homogenea poteſtas ſummæ quadratorum è nominibus radicis, Scil: Q: Ac-3 AEq.pl Q: 3 AqE-Ec: eſt C: Aq+Eq.

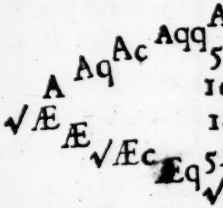
Nam per exempl: Reg.II, in 14, Cap.XVI, ſi cogitetur A baſis trianguli rectanguli; & E cathetus; & Aq+Eq quadratum hypotenuſæ; hoc Theorema aliter ſymbolis explicabitur ſic: Q: Bc-3BCq: pl Q: 3 BqC-Cc:=C:Hq:=Q: Hc. Ergo

5. Omnes cujuſque ordinis intermediæ ſpecies, ſunt etiam poteſtates mediorum inter A & E proportionalium. ſcil. inter Ac & Ec, ſunt duæ mediæ proportionales, AqE & AEq: qui etiam cubi ſunt ex M & N. Quare A, √cAqE, √cAEq, E, ſunt continuè proportionales: nempe A, M, N, E. Nam AqE= AMN=Mc: & AEq=MNE=Nc. Atque hinc patet inventio quotlibet mediorum proportionalium inter A & E: ut ſi velis quinque medios proportionales, poteſtates erunt 6 ſive cc, quarum Index unitate excedit numerum quæſitorum mediorum: Eruntque A, √cc AqcE, √ccAqqEq, √ccAcEc, √cc Aq Eqq, √ccAEqc, E, ∺

6. Omnis media ſpecies in unoquoque genere, fit ex duabus nominum radicis poteſtatibus, quarum Indices ſimul, æquales ſunt Indici ejuſdem generis: mediæ autem ipſius ſpeciei ab extremis ſuis diſtantiæ, æquales erunt Indicibus alternarum facientium: & facientibus ſuis in communi angulo reſpondent. Scil: AqEc generis quadrato-cubici, fit ex Aq in Ec, quibus in communi angulo reſpondent. Eſtque ab Aqc tertia: & ab Eqc ſecunda.

Conſect,

Conſect, Atque hinc facile erit radicis Binomiæ datæ poteſtatem quamlibet (inventis omnibus mediis inter poteſtates nominum extremas) conſtruere. Ut in exemplo, ſi radicis Binomiæ A+√Æ quæratur Quadrato Cubus: erit Aqc+ 10 ÆAc+ 5 ÆqA plus 5 √ÆAqcc+ 10√ÆcAqq+ √Æqc: Quod Binomium eſt Quadrato-Cubic.



7. Si ſpecies aliqua multiplicetur in Æ, producta magnitudo erit media ſpecies collateralis, in ordine alternè ſequente, atque eadem numero à ſuis extremis. Ut Ac×Æ, eſt AqqE, quæ prima eſt ab Aqc, & quarta ab Eqc. Sic AcE×Æ, eſt Aqq Eq, quæ ab Acc ſecunda eſt, & ab Ecc quarta. Et ſimiliter de reliquis.

8. Si ſpecies aliqua multiplicetur per A—E vel X, producta magnitudo erit differentia inter duas ſpecies ordinis ſequentis utrinque proximas. Ut AcX=Aqq—AcE. AqEX=AcE—AqEq. AEqX=AqEq—AEc. EcX=AEc—Eqq. Quare

Si omnes cujuſvis ordinis ſpecies multiplicentur per X, producetur differentia duarum poteſtatum extremarum ordinis proximi ſuperioris. Ut ex Ac+AqE+AEq+Ec, ductus in X, fiet Aqq-Eqq.

9. In ordinibus Indicum imparium (1,c,qc,&c.) ſumma duarum extremarum poteſtatum; at in ordinibus Indicum parium (q, qq, cc, &c.) differentia earundem; fit ex A+E ducta in ſingulas ſpecies ordinis

nis minoris præcedentis, alternatim adfirmatas & negatas. Ut Ac+Ec, fit ex Aq—AE+Eq, ductis in A+E. Item Aqq-Eqq, fit ex Ac-AqE+AEq-Ec, ductis in A+E.

10. Si eadem magnitudo multiplicetur in duas magnitudines contrarias: magnitudines ex ipsis factæ erunt etiam contrariæ. Ut Aq-2AE+Eq ductæ in A-E, fient Ac--3AqE+3AEq--Ec. At vero eædem ductæ in --A+E, fient--Ac+3AqE--3AEq+Ec.

11. Unciæ sive numeri speciebus præfixi, sunt figuræ numerariæ. Nam omnes sub A & E, sunt radices. Omnes sub Aq & Eq, sunt triangulares. Omnes sub Ac & Ec, sunt pyramidales. Omnes sub Aqq & Eqq, sunt triangulo-triangulares. Omnes sub Aqc & Eqc, sunt triangulo-pyramidales. Omnes sub Acc & Ecc, sunt pyramidi-pyramidales, &c.

12. Si radix tribus constet nominibus, A, E, I,

Quadratum: Aq, 2AE, Eq, 2EI, Iq, 2AI,

Cubus: Ac, Ec, Ic, 3AqE, 3AEq: 3AqI, 3AIq, 3EqI, 3EIq, 6AEI.

Et nota quòd si in aliqua specie, numerus laterum negatorum sit impar; species illa erit negata. Ut Q: A+E-I: = Aq+2AE+Eq-2EI+Iq-2AI. *Et* C: A+E-I: = Ac+3AqE + 3AEq + Ec-3EqI + 3EIq -Ic-3AqI+3AIq-6AEI.

CAP.

Cap. XVIII.

Penus Analytica.

1. EX primis ac facillimis æquationibus, quæ nihil aliud sunt, quàm vel terminorum expositiones, vel simplices affectiones (quales sunt illæ capitis XI. $\frac{1}{8}Z-E=\frac{1}{2}X$: & $\frac{1}{2}X+E=\frac{1}{2}Z$: & reliquæ ejusmodi) innumeri aliæ deducuntur, per Additionem, Subductionem, Multiplicationem, Divisionem, Transpositionem, atque Interpretationem: sumendo id quod alteri inventum est æquale, loco ejus cui æquatur. Quæ quidem *Analytica* supellex est, non minùs pretiosa, quàm copiosa. Quarum ergo præcipuas aliquot, & maximè necessarias adscribam: plures *Analytices* studiosus pro suo exercitio excogitabit. Et ubicunque sive in *Arithmetica*, sive in Geometria, sive in alia aliqua arte, inciderit in magnitudinem aliquam, cui alteri æqualis esse intelligitur; æqualitatem illam quibuscunque poterit modis atque comparationibus, torquebit, discutiet, variabit, ut novum inde artis instrumentum inveniat: quod postea in penu servabit: & ubicunqne poterit in usum profert, ad artis subsidium atque augmentum.

2.

2. $Q:1:=9Q:\frac{1}{3}$. &c. $C:1:=27\,C:\frac{1}{3}$: &c.
$Q:1:=\frac{1}{2}Q:3$. &c. $C:1:=\frac{1}{27}C:3$: &c.
$Q:1:=\frac{2}{4}Q:\frac{2}{1}$. &c. $C:1:=\frac{2}{8}C:\frac{2}{1}$: &c.
$\frac{2}{3}Q:1:=\frac{2}{3}\times\frac{2}{4}Q:\frac{2}{1}$: &c. $\frac{2}{3}C:1:=\frac{2}{3}\times\frac{2}{8}C:_{2}$: &c.

$\frac{2}{3}Q:4:=\frac{2\times16}{3}Q:1$. &c. $\frac{2}{3}C:4:=\frac{2\times64}{3}C:1$: &c

3. Si linea biſecetur, & ſecùs; rectangulum ſub ſegmentis inæqualibus, æquatur differentiæ quadratorum biſegmenti atque interſegmenti: hoc eſt ſemiſummæ atque ſemidifferentiæ ſegmentorum. 5 e 2. $AE=Q:\frac{1}{2}A+\frac{1}{2}E:$mi $Q:\frac{1}{2}A-\frac{1}{2}E:$ Et hoc eſt, $AE=\frac{1}{4}Zq-\frac{1}{4}Xq$.

4. Si linea biſecta augeatur; rectangulum ſub tota aucta & augmento, æquatur differentiæ quadratorum biſegmenti aucti, atque biſegmenti. 6 e 2. A+E in $E=Q:\frac{1}{2}A+E:$mi $Q:\frac{1}{2}A$. Et A+E in $A=Q:\frac{1}{2}E+A:$ mi $Q:\frac{1}{2}E$.

Datis igitur ſumma trium ÷ (Aq+AE+Eq) cum alterutro extremorum, dantur duo reliqui. Sic

√u:Aq+AE+Eq-$\frac{1}{4}$Aq:mi $\frac{1}{2}A=E$.
√u:Aq+AE+Eq-$\frac{1}{4}$ Eq:mi $\frac{1}{2}E=A$.
Nam $Q:\frac{1}{2}A+E:=\frac{1}{4}Aq+AE+Eq$.
Et $Q:\frac{1}{2}E+A:=Aq+AE+\frac{1}{4}Eq$.

5. Si linea ſecetur utcunque; ſumma quadratorum totius, & unius ſegmenti, æquatur aggregato quadrati alterius ſegmenti, & duplicis rectanguli ſub tota & priore ſegmento, 7 e 2. Zq+Aq=2ZA+Eq. Et Zq+Eq=2ZE+Aq. Quare 2ZA + Eq-Aq=Zq=2ZE+Aq-Eq.

6. Si linea utcunque ſecta, augeatur alterutro ſegmento; Quadruplex rectangulum ſub ſecta, & ſegmento

mento augente, æquatur differentiæ quadratorum totius auctæ, & alterius segmenti. 8 e 2.

Q:Z+E:-Aq=4ZE. Et Q:Z+A:-Eq=4ZA.

7. Si linea biſecetur, & ſecus; ſumma quadratorum ſegmentorum inæqualium, æquatur duplicatæ ſummæ quadratorum biſegmenti, & interſegmenti 9 e 2. Aq+Eq=2Q:½A+½E:+2Q:½A-½E.

8. Si linea biſecta augeatur; ſumma quadratorum totius auctæ & augmenti, æquatur duplicatæ ſummæ quadratorum biſegmenti aucti, & biſegmenti. 10 e 2.

Q:A+E:+Eq=2Q:½A+E:+2Q:½A.

Q:A+E:+Aq=2Q:½E+A:+2Q:½E.

9. Aq=ZA-AE=XA+AE=⅔ZA+⅓XA=Q:Z-E:=Q:E+X:=Z-Eq=Eq+X.

Et Eq=ZE-AE=AE-XE=⅔ZE-⅓XE=Q:Z-A:=Q:A-X:=Z-Aq=Aq-X.

10. Æ=⅙Zq-⅙Xq=ZA-Aq=ZE-Eq=Aq-XA=Eq+XE=⅙Zq-⅙Z=⅙Z-⅙Xq=⅙ZA-⅙XA=⅓ZE+⅓XE.

11. Z=Aq+Eq=Zq-2AE=2AE+Xq=ZE+XA=ZA-XE=2Q:½Z:+2Q:½Z-E:=Q:A-2N:+Q:2M-E:=½Zq+⅛Xq=2Q:½Z:+2Q:⅛X: Conſectarium ex his duabus ultimis æquationibus: Si magnitudo conſtet ex quadratis binarum magnitudinum: ejus etiam duplum conſtabit ex duobus quadratis, ſummæ ſcil: & Differentiæ. Et dimidium ejus conſtabit ex duobus quadratis, ſemiſummæ ſcil: & Semidifferentiæ.

Et $X = Aq - Eq = ZX = 2ZA - Zq = Zq - 2ZE = 2XA - Xq = 2XE + Xq = ZA - ZE = XA + XE = Zq - 2ZE = ZA + XE - 2Æ = XA + 2Æ - ZE = Q : A + 2N :$ mi $Q : 2M + E$.

12. $Q : \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}E : = Q : \frac{1}{2}A - \frac{1}{2}E : + Æ.$ } Nam $\frac{1}{4}Zq$
Et $Q : \frac{1}{2}A - \frac{1}{2}E : = Q : \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}E : - Æ.$ } $= \frac{1}{4}Xq + Æ$.

13. $2A + 2E$ in $A = 2Aq + 2AE = Zq + X$.
Et $2A - 2E$ in $A = 2Aq - 2AE = X + Xq$.
Et $2A + 2E$ in $E = 2AE + 2Eq = Zq - X$.
Et $2A - 2E$ in $E = 2AE - 2Eq = X - Xq$.

14. $Xq = ZqXq = Z + 2Æ$ in $Z - 2Æ = Zq - 4AqEq$.

15. $ZÆ = AqE + AEq$. Et $XÆ = AqE - AEq$.
Et $ZÆ = AcE + AEc$. Et $XÆ = AcE - AEc$.
Quare $Z + 3ZÆ = Zc$. Et $Z - 3XÆ = Xc$.
Et $ZZ = Z + ZÆ = Ac + AqE + AEq + Ec$.
Et $ZX = X - XÆ = Ac - AqE + AEq - Ec$.
Et $XZ = X + XÆ = Ac + AqE - AEq - Ec$.
Et $XX = Z - ZÆ = Ac - AqE - AEq + Ec$.
Hinc $ZZ + XX = 2Z$. Et $XZ + ZX = 2X$.
Et $ZZ - XX = 2ZÆ$. Et $XZ - ZX = 2XÆ$.

16. Si in circulo sit $7.22 :: \delta.\pi :: 113.355$: erit

$\delta.\pi :: 2R.P$: periph.	Et $\pi.\delta :: \frac{1}{2}P.R$: semidiam.
$\delta.\pi :: Rq$. Circul.	Et $\pi.\delta :: \frac{1}{4}Pq$. Circul.
$\delta.\pi :: 2Rc$. Cylind.	Et $\pi q.\delta q :: \frac{1}{4}Pc$. Cylind.
$\delta.\pi :: \frac{4}{3}Rc$. Sphær.	Et $\pi q.\delta q :: \frac{1}{6}Pc$. Sphær.
$\delta.\pi :: \frac{2}{3}Rc$. Con.	Et $\pi q.\delta q :: \frac{1}{12}Pc$. Con.

17. Ad hæc oportet futurum Analystam Geometrica ista, tum theoremata, tum problemata non ignonorare.

Theor: 1. Triangula sunt æqualia: Si in utroque, vel tria latera; vel duo latera cum angulo comprehenso

henſo; vel duo latera cum angulo eidem lateri oppoſito, modo angulus reliquo lateri oppoſitus ſit homogeneus; vel duo anguli latere interjacente; vel duo anguli cum latere eidem ſubtenſo; æquentur. 4,8,26,e i.

Theor: 2. Triangula plana ſunt ſimilia: Si vel ſint æquianguli; vel lateribus omnibus proportionalia; vel habeant unum angulum æqualem, & alterum angulum crurum proportionalium, & angulum tertium homogeneum. 4,5,6,7,e 6.

Theor: 3. In omni triangulo, majus latus majorem angulum ſubtendit; & minus minorem; & æquale æqualem. 18,19,e 1.

Theor: 4. Duæ rectæ lineæ ſunt parallelæ: Si recta ipſas ſecans æquales fecerit, vel angulos alternos; vel externum & internum oppoſitum; vel duos internos ex eadem parte duobus rectis. At contra. 27, 28,29,30,e 1. Nam lineæ rectæ parallelæ ſunt inſtar unius lineæ latæ.

Theor: 5. Trianguli tres anguli ſimul, æquantur duobus rectis: At externus angulus duobus internis oppoſitis. 32 e 1.

Theor: 6. Si rectam in circulo inſcriptam, recta è centro biſecet: ad angulos rectos ipſam ſecat. 3 e 3.

Theor: 7. Perpendicularis ſuper finem diametri, circulum tangit. 16,18,19,e 3.

Theor: 8. Angulus ad centrum duplus eſt anguli ad peripheriam. 20 e 3.

Theor: 9. In eodem, vel æqualibus circulis, anguli ſuper æqualibus peripheriis, ſunt æquales. 21 e 3.

Theor:10. Angulus in ſemicirculo eſt rectus 31 e 3.

Theor:11. Si è puncto in peripheria circuli ducantur binæ rectæ lineæ, una circulum tangens, altera ſecans: anguli inter ipſas comprehenſi menſura, æqualis erit ſemiperipheriæ abſciſſæ. pro 32 e 3.

Theor: 12. Triangula, ſive parallelogramma, æquialta, vel inter eaſdem parallelas, ſunt ut baſes. 35,36,37,38,e 1. & 1 e 6.

Theor 13. Recta biſecans angulum trianguli, ſecat baſem ratione crurum 3 e 6.

Theor: 14. Triangulum rectangulum quodvis notetur literis ABC: ſic ut A ſit angulus rectus: & BA Baſis: & CA Cathetus: BC HyPotenuſa.

Theor.15. In triangulo rectangulo plano, perpendicularis ex angulo recto in Hypotenuſam, dividit triangulum in duo triangula, tum toti, tũ ſibi ipſis ſimilia. 8 e 6.

BC. BA. CA :: BA. BP. AP :: CA. AP. CP.

Hypotenuſæ Baſes Catheti.

Unde ſequitur.

1o Perpendicularem eſſe mediam proportionalem inter ſegmenta Hypotenuſæ. Ideoque Quadratum perpendicularis æquale eſſe rectangulo ſub ſegmentis. Scil: ∺BP, AP, CP. Et APq=BP*CP.

2o Baſem eſſe mediam proportionalem inter Hypotenuſam, & ſegmentum Hypotenuſæ Baſi conterminum. Scil: ∺BC, BA, BP.

3o Cathetum eſſe mediam proportionalem inter Hypotenuſam, & ſegmentum Hypotenuſæ Catheto con-

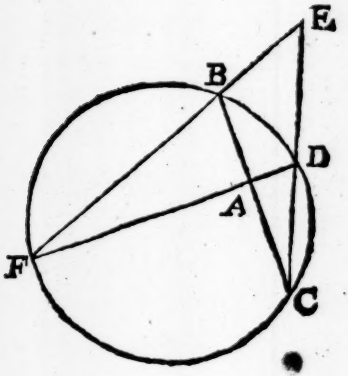
conterminum. Scil: ∺ BC, CA, CP.

4° Baſis & Catheti quadrata, eſſe ut ſegmenta Hypotenuſæ contermina. BP.CP::BAq.CAq. Nam BP.CP ::BC×BP.BC×CP::BAq. CAq.

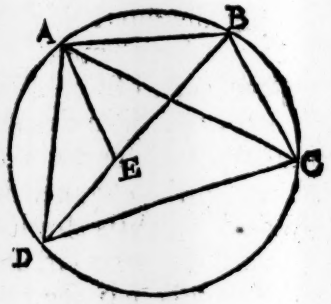
5° Quadratum Hypotenuſæ æquari quadratis Baſis & Catheti ſimul. BCq=BAq + CAq. Nam BCq=BC×BP+BC×CP=BAq+CAq.

Theor. 16. Si in circulo duæ rectæ inſcriptæ ſeſe mutuò interſecent intra circulum (in puncto A;) rectangulum ſub ſegmentis unius, æquale eſt rectangulo ſub ſegmentis alterius. 35 e 3.

Si verò ſeſe extra circulum interſecent (in puncto E) Rectangula ſub ſegmentis utriuſque à puncto ad convexum & concavum circuli, ſunt æqualia. 36 & 37 e 3. Dico primò AB × AC=AD×AF. Nam tri: BAF, DAC ſim. Dico ſecundo EB×EF=ED×EC. Nam tri: BEC, BEF ſim.

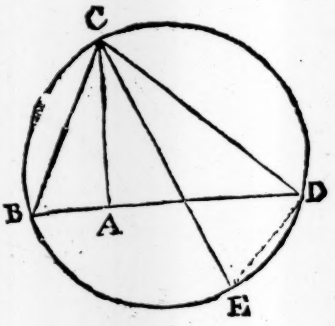


Theo: 17. Quadrilateri in circulo inſcripti anguli interiores oppoſiti ſimul æquantur duobus rectis, 22 e 3. Et ſi ducantur duo diagonii, rectangulum ſub diagoniis, æquale erit duobus rectangulis ſub lateribus oppoſitis, Dico AC×BD =AB×CD+AD×BC. Nã ſumpto ang: DAE =CAB; erunt tri: ACB, ADE ſim. & ADC, AEB ſim.



Quare { AC. CB :: AD. DE } e^r go,
{ AC. CD :: AB. BE }

Theor: 18. Si ex angulo quovis trianguli circulo inſcripti, demittatur perpendicularis in latus oppoſitum: Erit ut perpendicularis illa, ad unum crus ejuſdem anguli: ſic crus alterum, ad diametrum circuli. Dico CA. CB:: CD. CE. Nam tri: ABC, DCE ſim.

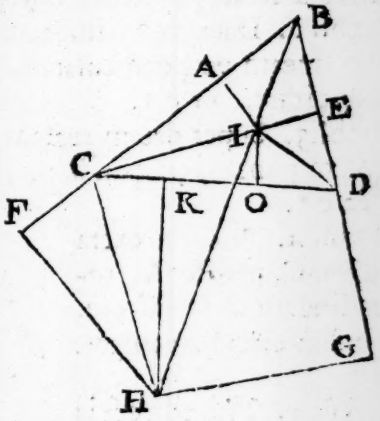


30 c

Theor: 19. Triangula unum angulum æqualem habentia

habentia, rationem habent eam, quæ ex lateribus componitur. 23 e 6.

Theor: 20. Si ſemiſumma trium laterum trianguli plani, & tres differentiæ trium laterum ab illa ſemiſumma, continuè inter ſe multiplicentur: Vel aliter, ſi trianguli quovis latere ſumpto pro baſe, & reliquis duobus pro crur[illegible]bus; Rectangulum ſub ſemiſumma & ſemidifferentia ſummæ crurum & baſis, ducatur in rectangulum ſub ſemiſumma & ſemidifferentia baſis & differentiæ crurum: Facti latus quadratum æquale erit areæ trianguli. Eſto triangulum BCD, cujus crura ſint BC & BD, & baſis CD. Biſecentur tres anguli rectis BI, CI, DI, concurrentibus in I: unde in latera ad angulos rectos ducantur IA, IE, IO. Sunt igitur intra triangulum BCD, tria paria triangulorum æqualium. Quare ſi cruri BC adjungantur in directum, CF=DE;



erit BF=½BC+½BD+½CD: BF=½BC+½BD+½CD.
Et BA=BF-CD=½BC+½BD-½CD:
Et AC=BF-BD=½CD+½BC-½BD:
Et CF=BF-BC=½CD-½BC+½BD. Menſuratis BG=BF: erit CK=CF: ducantur perpendiculares FH, GH,

GH, KH: Et protrahatur BI in H. Quia ang. FCK+FHK=2 Rect=FCK+ACO. Et ang: ACO+AIO=2 Rect: Erunt quadrangula FCKH, AIOC ſim. Et tri: CFH, IAC ſim. Sunt etiam tri: BAI, BFH ſim. His expoſitis, Dico Quadratum areę trianguli, nempe BFq×IAq=BF×BA×AC×CF.

Nam IA.BA::FH.BF
Et IA.AC::CF.FH } propter tri: ſim.

Quare per multipl: IAq×BF=BA×AC×CF.

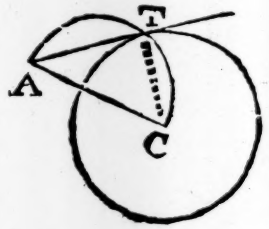
Ducatur utraque pars in BF, eritque &c.

Probl. 1. A dato puncto, vel ad datam diſtantiam, datæ rectæ lineæ parallelam ducere. 31 e 1.

Probl. 2. Data recta linea, à dato in ea puncto, rectam lineam perpendicularem, ſive ad angulos rectos, excitare. 11 e 1.

Probl. 3. Super datam rectam lineam, à datò extra ipſam puncto, perpendicularem rectam demittere. 12 e 1.

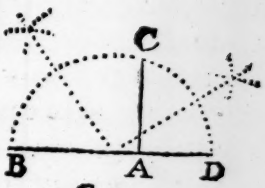
Probl. 4. A dato extra circulum C, puncto A, rectam lineam AT ducere, quæ ipſum circulum tangat. 17 e 3.



Probl: 5. Tribus rectis lineis datis, quartam proportionalem adinvenire. 12 e 6.

Probl. 6.

Probl: 6. Datis duabus rectis lineis AB, AD, mediam continuè proportionalem AC, adinvenire 13 e 6.

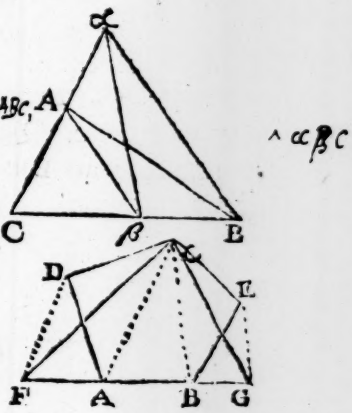


Probl: 7. Datis duabus rectis lineis AB, AC, vel AD, AC, tertiam continuè proportionalem AD, vel AB, adinvenire. 11 e 6.

Probl: 8. Dato triangulo, cujus altitudo est AC, & semibasis AB, æquale quadratum ADq, constituere.

Probl: 9. Dato rectangulo aliud rectangulum æquale, ad datum latus, statuere. 14 e 6.

Probl: 10. Triangulo dato ABC, aliud triangulum æquale ∧ αβC, ad datam altitudinem constituere.



Ex punctis altitudinem A & α, in angulos oppositos linea Aβ & αB, ductæ, sint parallelæ.

Probl: 11. Dato polygono æquale triangulum constituere.

Probl: 12. Datis tribus punctis, non in directum positis, ducere circumferentiam. 25 e 3.

Probl: 13.

Probl: 13. Datis trianguli rectanguli baſe & Catheto, invenire hypotenuſam; vel quadratum quadrato addere.

Probl: 14. Datis trianguli rectanguli hypotenuſa & baſe, invenire cathetum; vel quadratum ex quadrato tollere.

Probl: 15. Binarum figurarum ſimilium rationem iuvenire. Quæratur tertia proportionalis, Aq. Mq:: A. E.

Probl: 16. Datæ figuræ ſimilem figuram, in data ratione conſtituere. Quæratur media proportionalis inter latus ipſius, & latus ſimile. R. √RS :: A. M. Ratio fig: ſit R. S.

Probl: 17. In dato circulo hexagonum ordinatum inſcribere. 15 e 4.

Probl: 18. In dato circulo Decagonum ordinatum inſcribere. Secetur ſemidiameter circuli ſecundum extremam & mediam rationem, per 11 e 2.

Probl: 19. In dato circulo Pentagonum ordinatum inſcribere. Quæratur Hypotenuſa trianguli rectanguli, cujus Baſis ſit latus Hexagoni, & Cathetus latus Decagoni.

Cap. XIX.

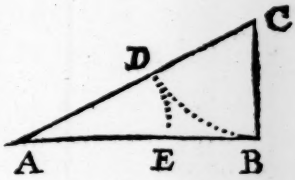
Exempla Æquationis Analyticæ, pro Theorematibus inveniendis, Problematibuſq; ſolvendis. ad quem quaſi ſcopum præcepta hactenus tradita præcipue collineantur.

Probl: I. INventio 11 e 2. Nempe, Data recta linea B ſecetur ſic ut rectangulum ſub tota B, & minore

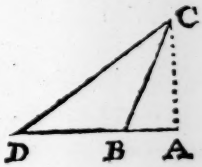
minore ſegmento, æquetur quadrato majoris ſegmenti.

Ponatur majus ſegmentum A: minus erit B-A. ducatur B-A in B: fietque Bq-BA=Aq: vel Aq+BA. =Bq. Quare √u: Bq+¼Bq:-½B=A, per 9 cap. 16. Quod Theorema verbis enunciatur ſic: Si quadrato lineæ datæ, addatur quadrati ipſius quadrans: & è latere quadrato ſummæ; tollatur ſemis lineæ datæ: reliquum erit ſegmentum majus.

Geometricè autem conſtruetur, ſic, Fiat AB=B: eique ad angulos rectos ſtatuatur BC=½B: & ducatur Hypotenuſa AC: erit AC=√u:Bq+¼Bq. Abſcindatur CD=BC. Eritque reſiduum AD=√u: Bq+¼Bq:-½B. Deniq; menſuretur AE=AD, pro majore ſegmento.



Probl: 11. Inventio 12 e 2. Nempe comparatio Baſis obtuſi anguli, cum lateribus. Eſto triangulum *B*CD: cujus angulus interior ad *B*, ſit obtuſus: hujus Baſis eſt DC: & latera *B*D, *B*C. Hîc *B*Cq -*B*Aq=CAq=DCq(-DAq, per 4e2)-*B*Dq-2*B*D×*B*A-*B*Aq. Quare *B*Cq+*B*Dq=DCq-2*B*D×*B*A.

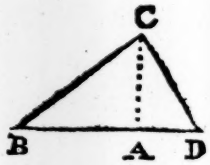


Quod theorema verbis enuntiatur, ſic: In amblygoniis triangulis, quadratum lateris ſubtendentis obtuſum angulum, excedit ſummam quadratorum laterum eundem comprehendentium, duplice rectangulo

ſub

ſub uno laterum circa obtuſum angulum, & ſegmento ipſius (continuati) inter obtuſum angulum & perpendiculum.

Probl: III. Inventio 13 e 2. Nempe comparatio baſis acuti anguli, cum lateribus. Eſto triangulum BCD: cujus angulus interior ad B, ſit acutus. hujus baſis eſt DC: & latera BC, BD.



Hîc BCq-BAq=CAq=DCq (-DAq, per 7 e 2) -BDq+2BD xBA-BAq. Quare BCq+BDq =DCq+2BDxBA. (Eodem prorſus modo procederet Demonſtratio, ſi D ponatur inter B & A.) In verbis, ſic, In triangulis obliquangulis, quadratum lateris ſubtendentis acutum angulum, minus eſt quam ſumma quadratorum laterum, &c. (2BDxBA-BAq+DAq =BDq, 7 e 2)

Probl: IV. Inventio 14 e 2: Nempe quadrati æqualis rectangulo ABxAD. Eſto AB+AD=2BM. Quare AB+AD ſecetur æqualiter in M, & inæqualiter in A. Erit igitur per 5 e 2, ABxAD=BMq -AMq. Jam ſupponatur ACq =ABxAD: fiatque triangulum rectangulum MAC cujus hypotenuſa CM=BM ſemiſummæ laterum; & baſis AM ſemidifferentiæ laterum: Cathetus erit AC latus quadrati quæſiti, per 48 e 1.

Inventio areæ trianguli plani.

Probl: V. Attulit ad me amicus quidam meus, vir doctus,

doctus, Theorema de areâ trianguli plani; atque ut id examinarem, & demonſtatione munirem, poſtulavit. Erat autem Theorema, prout memini (nam multi jam elapſi ſunt anni) hâc ferè formâ, licet non in iiſdem literis.

In triangulo plano cujus latera ſunt A, E, B; { ½B qEq - 1/16 Eqq ; ⅛E qAq - 1/16 Aqq ; ⅛Aq Bq - 1/16 Bqq } æquantur quadrato areæ trianguli.

Poſtquam aliquamdiu mecum cogitaſſem, occurrit mihi 17, c 18. Theor: 20, quod commodiſſimum huic nodo ſolvendo duxi. Nam ſi trianguli duo crura ſint A, E; & baſis B: inde liquebit, quod ½A+½E+½B, in ½A+½E--½B, in ½B+½A--½E, in ½B--½A+½E, æquatur quadrato areæ trianguli. Factâ igitur harum quatuor magnitudinum continuâ multiplicatione; prodibit ⅛AqEq + ⅛AqBq + ⅛EqBq -- 1/16 Aqq - 1/16 Eqq - 1/16 Bqq. Quod eſt ipſum Theorema propoſitum.

Atque hinc non ſolum poſtulato ſatisfeci; ſed etiam quatuor alia Theoremata effectu faciliora exhibui.

Nam quia ½A+½E+½B = ½Z+½B.
Et ½A+½E-½B = ½Z--½B.
Et quia ½B+½A--½E = ½B+½X:
Et ½B--½A+½E = ½B--½X.
Erit ½Z+½B in ½Z--½B = ¼Zq--¼Bq.
Et ½B+½X in ½B--½X = ¼Bq--¼Xq.

Liquet igitur primò, ¼Zq - ¼Bq in ¼Bb - ¼Xq = Q: areæ trianguli. In verbis ſic, Si quadrans differentiæ quadratorum ſummæ crurum & baſis ducatur in quadrantem differentiæ quadratorum baſis & differentiæ crurum;

crurum; producta magnitudo æqualis erit quadrato Areæ trianguli.

Deinde quia $\frac{1}{4}Zq\ \frac{1}{4}Bq$ in $\frac{1}{4}Bq-\frac{1}{4}Xq = \frac{1}{16}ZqBq+\frac{1}{16}BqXq-\frac{1}{16}Bqq-\frac{1}{16}ZqXq$: Liquet secundo, $Zq+Xq-Bq$ in $\frac{1}{16}Bq$ mi $\frac{1}{16}ZqXq = Q$: Areæ trianguli.

Item quia $Zq+Xq = 2Z$, per 11, c. 18: Et $ZqXq = Xq$, per 14, c. 18: Liquet tertiò $2Z-Bq$ in $\frac{1}{16}Bq$ mi $Q:\frac{1}{4}X = Q$: Areæ trianguli.

Denique ex his comparatis, erit quartò $\left\{\frac{2ZBq-Bqq-Xq}{16}\right\} = Q$: Areæ tri.

Hæc posteriora Theoremata verbis facilè enuntiantur.

Probl: IV. Problematum circa Progressionem Arithmeticam solutio in viginti Propositionibus. Symbola verborum hæc sint: α primus terminus minimus. ω ultimus maximus. T numerus terminorum. X differentia communis. Z summa omnium terminorum. Est igitur $T-1$ numerus differentiarum: ideoque $TX-X = \omega-\alpha$, summa differentiarum.

Datis tribus ex quinque illis α, ω, T, X, Z, invenire duo reliqua per viginti propositiones sequentes (tot enim sunt varietates) hoc ordine.

Datis	Quæruntur	Per Propositi:
α, ω, T	Z & X	1 & 2
α, ω, X	T & Z	3 & 4
α, ω, Z	T & X	5 & 6
α, T, X	ω & Z	7 & 8
α, T, Z	ω & X	9 & 10

Datis	Quæruntur	Per Propositiones
a, X, Z	ω & T	11 & 12
ω, T, X	a & Z	13 & 14
ω, T, Z	a & X	15 & 16
ω, X, Z	a & T	17 & 18
T, A, Z	a & ω	19 & 20

Prop: I. $T\omega + Ta = 2Z$.

II. $\frac{\omega - a}{1-1} = X$.

III. $\frac{\omega - a}{X} + 1 = T$. per 2.

IV. $\frac{\omega q - aq}{X} + \omega + a = 2Z$. per 1. 3.

V. $\frac{2Z}{\omega + a} = T$. per 1.

VI. $\frac{\omega q - aq}{2Z - \omega - a} = X$. per 4.

VII. $TX - X + a = \omega$. per 2.

VIII. $TX - X + 2a$ in $T = 2Z$. per 1 & 7.

IX. $\frac{2Z - Ta}{T} =$. per 1.

X. $\frac{2Z - 2Ta}{Tq - T} = X$, per 2, 8.

XI.

XI. $\sqrt{u:aq-aX+\frac{1}{4}Xq+2ZX} : -\frac{1}{2}X = \omega$. per 4.

XII. $\sqrt{u:\frac{aq-aX+\frac{1}{4}Xq+2ZX}{Xq}} :-a+\frac{1}{2}X = T$. per 8.

XIII. $\omega+X-TX = a$. per 7.

XIV. $2\omega+X-TX$ in $T = 2Z$. per 1 & 13.

XV. $\frac{2Z}{T}-\omega = a$. per 9.

XVI. $\frac{2T\omega-2Z}{Tq-T} = X$. per 14.

XVII. $\frac{1}{2}X \pm \sqrt{u:\omega q+\omega X+\frac{1}{4}Xq-2ZX:} = a$. per 4.
prout a contigerit $\left\{\begin{matrix}\text{major}\\\text{minor}\end{matrix}\right\}$ esse quam $\frac{1}{2}X$.

XVIII. $\frac{\omega+\frac{1}{2}X}{X} \mp \sqrt{u:\frac{\omega q+\omega X+\frac{1}{4}Xq-ZX}{Xq}} := T$. per 14.
prout a contigerit $\left\{\begin{matrix}\text{major}\\\text{minor}\end{matrix}\right\}$ esse quam $\frac{1}{2}X$.

XIX. $\frac{2Z}{2T} \cdot \frac{TX}{2} + \frac{X}{2} = a$. per 10.

XX. $\frac{2Z}{2T} + \frac{TX}{2} - \frac{X}{2} = \omega$. per 16.

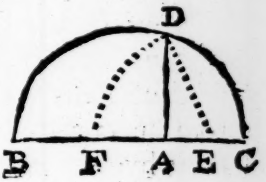
Probl:

Probl. VII. Euclides 11 e 2, docuit ſecare lineam datam, ſic, ut rectangulum ſub tota & minore ſegmento, æquetur quadrato majoris ſegmenti: quæ ſectio eſt penè divina. Proponatur jam illud problema generaliter; Data linea AB ita ſecetur, ut rectangulum ſub tota AB, & minore ſegmento, ad quadratum majoris ſegmenti, rationem quamcunque poſſibilem datam habeat: puta R ad S.

Primo fiat R.S::AB.AC: qui quartus ſit proportionalis: tum pro majore ſegmento ponatur A: minus ſegmentum erit AB-A: quod ductum in AB, dabit rectangulum ABq-AB×A. Erit igitur AB. AC:: ABq —AB×A. Aq. Ideoque per 3 cap. 6, ABq×AC-AB ×AC×A=AB×Aq. Et diviſis omnibus per AB, erit AB×AC−AC×A=Aq: vel Aq+AC×A=AB×AC. Et per 9 cap. 16, invenitur √u:¼ACq+AB×AC:-½AC =A.

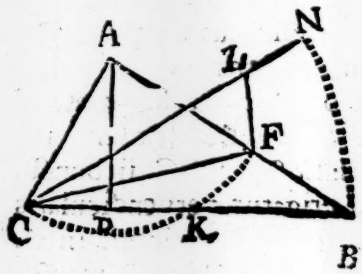
Hoc theorema inventum, verbis ſic enunciatur: Si ad quadratum ſemiſſis quarti proportionalis, adjungatur rectangulum ſub linea recta data, & quarto illo proportionali; Et ex latere quadrato ſummæ tollatur ſemis quarti proportionalis: Reliquum erit ſegmentum majus.

Geometricè ſic. Statuantur AB & AC in directum. Et diametro BC fiat ſemicirculus: Et ſuper BC in puncto A, erigatur perpendicularis AD, ſecans ſemicirculũ in D. tum biſecta AC in E, menſuretur EF=ED. Dico lineam AB ſic ſecari in puncto F



ut ſit R.S :: AB×BF. AFq. Nam AC×AF+AC×BF =AC×AB=ADq= CF×AF, per 6 e 2,=AC×AF+ AFq. Quare AC×BF=AFq. Atqui AB. AC :: AB× BF. AC×BF. Ergo,

Probl. VIII. Dato latere alterutro trianguli rectanguli (in quo perpendicularis ex angulo recto ſecat hypotenuſam) una cum BK differentia ſegmentorum hypotenuſæ, invenire tum hypotenuſam, tum triangulum ipſum. Primò detur latus minus CA. Puta factum eſſe quod poſtulatur: ſitque triangulum rectangulum BAC: in quo è vertice in hypotenuſam demittatur perpendicularis AP, ſecans hypotenuſam in BP & CP ſegmenta. Eſt autem $CP = \frac{BC-BK.}{2}$ Quia eſt BC. CA :: CA. $\frac{BC-BK}{2}$ erit $\frac{BCq-BC\times BK}{2} = CAq$: vel BCq $-BK\times BC = 2CAq$. quare per 9 e 16, $\sqrt{q:\frac{1}{2}BKq + 2CAq} : \frac{1}{2}BK = BC$. Enunciatur autem hoc theorema verbis ſic: Si quadratum ſemidifferentiæ ſegmentorum hypotenuſæ addatur duobus quadratis lateris dati; & aggregati latus quadratum augeatur ipſa ſemidifferentia: tota aucta æqualis erit hypotenuſæ,



Geometricè

Geometricè ſic. Sumpta AF = AC; Ducatur CF: ipſique perpendicularis FL = $\frac{BK}{2}$ & extendatur CL ad N, ut LN = $\frac{1}{4}$BK. Erit CN = BC. quare inſcribatur circulo CK = CN-BK: & producatur, &c. Nam CFq = 2CAq. & CLq = 2CAq+$\frac{1}{16}$BKq. Ergo,

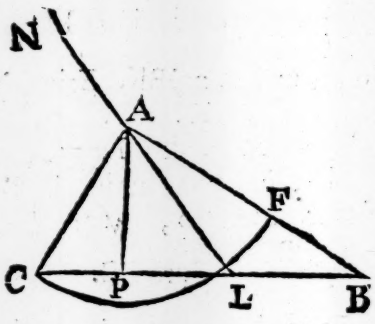
Si verò detur majus latus BA: hujuſmodi invenietur æquatio, √q: $\frac{1}{8}$BKq+2BAq:-$\frac{1}{4}$BK = BC. ſumpta $\frac{BC+BK}{2}$ pro PB.

Et modus geometricus priori non abſimilis.

Probl: IX. Datis differentia laterum trianguli rectanguli BF, & perpendiculari AP ab angulo recto in hypotenuſam: invenire tum hypotenuſam, tum triangulum ipſum.

Puta factum eſſe quod poſtulatur: ſitque triangulum rectangulum BAC. Quoniam per 7 e 2. 2BA× AF + BFq = BAq + AFq; Ideoque BFq = (ABq+ AFq, hoc eſt) BCq-(BA×2CA. hoc eſt) BC×2AP, quia BC. CA :: BA. AP. Erit BCq-2AP×BC = BFq. quare per 9 c 16. √q: APq+BFq: +AP = BC.

Enunciatur autem hoc theorema verbis ſic: Si quadrato perpendicularis addatur quadratum differentiæ laterum; & aggregati latus quadratum augeatur ipſa perpendiculari: tota aucta æqualis erit hypotenuſæ.

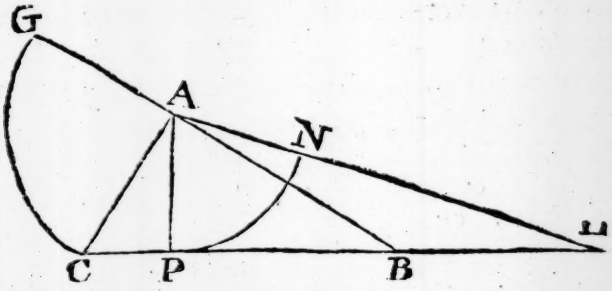


Geometricè ſic. Fiat PL = BF. Et extendatur LA ad N; ut AN = AP. Erit LN = BC. Diametro igitur BC deſcribatur ſemicirculus; in quo ſtatuatur perpendicularis æqualis datæ AP. Et ducantur BA, & CA.

Probl: X. Datis ſumma laterum trianguli rectanguli, BG, & perpendiculari ab angulo recto in hypotenuſam, AP: invenire tum hypotenuſam, tum triangulum ipſum.

Puta factum eſſe quod poſtulatur: ſitque triangulum rectangulum BAC. Quoniam per 4 e 2, BGq = (BAq + GAq, hoc eſt) BCq + (2BA×CA, hoc eſt) 2AP×BC, quia BC. CA :: BA. AP. Erit BCq + 2AP×BC = BGq. quare per 9 c 16, √q: APq + BGq:-AP = BC.

Enunciatur



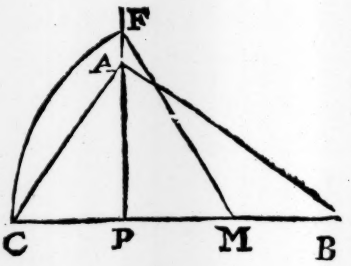
Enunciatur autem hoc theorema ſic. Si quadrato perpendicularis addatur quadratum ſummæ laterum; & aggregati latus quadratum minuatur ipſa perpendiculari: linea reliqua æqualis erit hypotenuſæ.

Geometricè ſic. Fiat PL = BG & ducatur AL: ex qua abſcindatur AN = AP. Erit LN = BC. Diametro igitur BC deſcribatur ſemicirculus, &c.

Probl: XI. Datis trianguli rectanguli latere alterutro, CA, & alterno ſegmento hypotenuſæ BP: invenire tum alterum ſegmentum, tum ipſum triangulum.

Puta factum eſſe quod poſtulatur: ſitque triangulum rectangulum BAC. Quoniam eſt BP + CP. CA :: CA. CP. Erit BP * CP + CPq = CAq. quare per 9 c 16, √q: ½BPq + CAq: — ½BP = CP.

*E*nunciatur autem hoc theorema verbis ſic. Si quadrato ſemiſſis ſegmenti hypotenuſæ addatur quadratum lateris dati; & aggregati latus quadratum minuatur ipſo ſemiſſe: linea reliqua erit alterum hypotenuſæ ſegmentum.



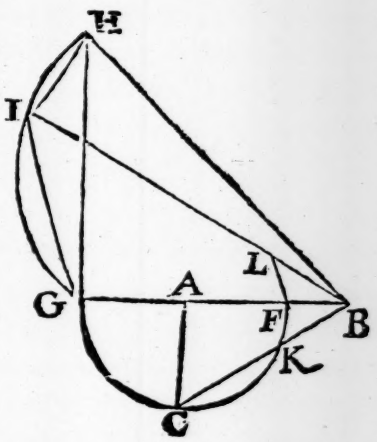
Geometricè ſic. Statuantur ad angulos rectos BP & PF = CA & biſecta BP in M, ducatur MF: cui menſuretur æqualis MC. Inventum eſt igitur CP alterum ſegmentum: & BC tota hypotenuſa. Diametro BC deſcribatur ſemicirculus: in quo inſcribantur CA, & BA.

Probl: XII. Datis trianguli rectanguli differentia ſegmentorum hypotenuſæ BK, & ſumma laterum, BG: invenire tum differentiam laterum, tum hypotenuſam, tum ipſum triangulum.

Puta factum eſſe quod poſtulatur: ſitque triangulum rectangulum BAC. Quoniam eſt BG. BK :: BG. BF: eſt etiam BGq. BKq :: (BCq, hoc eſt) BAq +CAq. BFq. Item 2BGq-BKq. BKq :: (2BAq +2CAq— BFq hoc eſt) BGq. BFq: Nam per 8 c 18 2BAq + 2CAq = BGq+BFq. quare √q: 2BGq — BKq. BG :: BK. BF::BG.BC.

*E*nunciatur autem hoc Theorema verbis ſic. Si

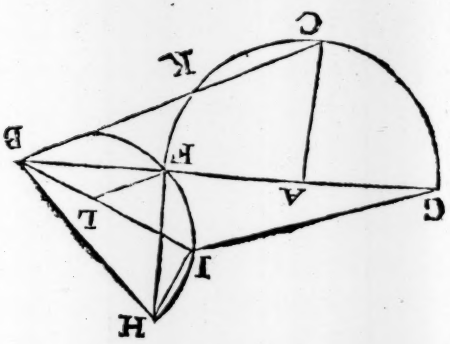
Si è quadrato ſummæ laterum duplicato tollatur quadratum differentiæ ſegmentorum hypotenuſæ: Erit, ut latus quadratum reliqui, ad ſummam laterum; ſic differentia ſegmentorum hypotenuſæ, ad differentiam laterum, & ſic ſumma laterũ ad hypotenuſam.



Geometricè ſic. Statuantur ad angulos rectos BG & GH = BG. tum diametro BH deſcribatur ſemicirculus: in quo inſcribatur HI = BK: & ducatur BI. Eſt igitur BI = √q: 2BGq — BKq. fiat etiam BL = BK. Ducatur GI: eique parallela LF. Ergo inventa eſt BF differentia laterum.

Probl. XIII. Datis trianguli rectanguli differentia ſegmentorum hypotenuſæ BK, & differentia laterum BF: invenire tum ſummam laterum, tum hypotenuſam, tum ipſum triangulum.

Puta factum eſſe quod poſtulatur: ſitque triangulum rectangulum BAC. Quoniam eſt BF. K :: BC. BG: eſt etiam BFq. BKq :: (BCq, hoc eſt) BAq + CAq. BGq. Item 2BFq — BKq. BKq :: (2BAq + 2CAq — BGq, hoc eſt) BFq. BGq: Nam per 8 c 18 2BAq + 2CAq = BGq + BFq. Quare √q: 2BFq — BGq. BF :: BG. BF. BC.



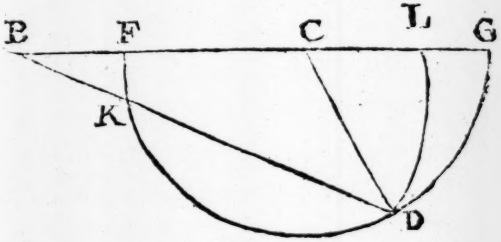
Enunciatur autem hoc theorema verbis ſic. Si è quadrato differentiæ laterum duplicato tollatur quadratum differentiæ ſegmentorum hypotenuſæ. *E*rit, ut latus quadratum reliqui, ad differentiam laterum; ſic differentia ſegmentorum hypotenuſæ, ad ſummam laterum: & ſic differentia laterum, ad hypotenuſam.

Geometriè ſic. Statuantur ad angulos rectos BF & FH = BF. tum diametro BH deſcribatur ſemicirculus, in quo inſcribatur BI = BK: & ducatur HI. *E*ſt igitur HI = √q: 2BFq — *B*Kq. fiat *B*L = HI. Ducatur FL: eique parallela IG. *E*rgo inventa eſt *B*G ſumma laterum.

Probl. XIV. Datis trianguli plani cujuſcunq; differentia laterum FB, differentia ſegmentorum baſis BK, & differentia inter majus latus & baſem CL: invenire tum baſem, tum ſummam laterum, tum ipſum triangulnm. Et primò ſit exceſſus penes baſem. Puta factum eſſe quod poſtulatur: ſitq; triangulum BCD.

Quo-

Quoniam est FB. BK::BD. $\frac{BK \times D}{BF} = BG$, per 17 c 18, Th: 16. Erit $\frac{BK \times BD - BFq}{BF} = FG$: & $\frac{BK \times BD - BF}{2FB} = CF$. adde BF, & $\frac{BK \times BD + BFq}{2BF} = BC$. tolle hanc ex BD, & $\frac{2BF \times BD - BK \times BD - BFq}{2BF} = \frac{2BF \times CL}{2BF}$ Quare $2BF \times BD - BK \times BD = 2BF \times CL + BFq$. & per 3 c 6. $2BF - BK. 2CL + BF :: BF. BD :: BK. BG$.



Enunciatur autem hoc theorema verbis sic. ut differentia inter differentiam laterum duplicatam, & differentia segmentorum basis, est ad aggregatum differentiæ inter majus latus & basim duplicatæ & differentiæ laterum; sic differentia laterum, ad basem: & sic differentia segmentorum basis, ad summam laterum.

Geometrica praxis facilior est, quàm ut necesse sit apponi.

Si verò excessus fuerit penes majus latus: theorema erit, BK-2BF. 2CL-BF::BF. BD::BK. EG.

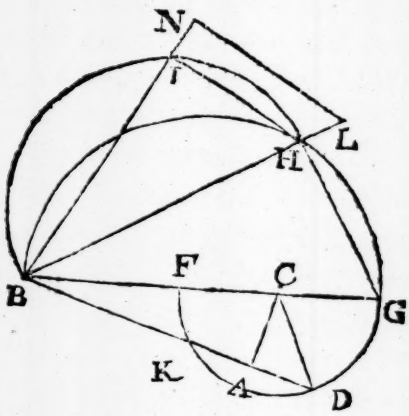
Si

Hujus theorematis inveſtigationem; & problematis quo è datis trianguli plani cujuſcunq; ſumma laterum BG, differentia ſegmentorum baſis BK, & differentia inter majus latus & baſem CL. poſtulatur invenire tum baſem, tum differentiam laterum, ſolutionem, omitto; ut habeant ſtudioſi analyſeos, quo ſolertiam ſuam exerceant.

Probl. XV. Datis trianguli plani cujuſcunq; ſumma laterum BG, differentia ſegmentorum baſis BK, & perpendiculari CA: invenire tum baſem, tum differentiam laterum, tum ipſum triangulum. Puta factum eſſe quod poſtulatur: ſitque triangulum BCD. Quoniam per 17 c 18 Th: 16. BG. BD::BK. BF. Et per 5 c 18, DKq=BDq+BKq-2BK×BD. Et per 47 e 1 (4ADq hoc eſt) DKq+4CAq= (4CDq, hoc eſt) FGq. Erit BDq+BKq−2BK×BD+4CAq =FGq. Tolle FG ex BG: & BG-√q: BDq+BKq -2BK×BD+4CAq:=BF. Quare erit,

BG. BD::BK. BG−√q: BDq+BKq − 2BK × BD +4CAq. Et per 3 c 6, BK×BD=BGq − √q:BGq ×BDq+BGq × BKq − BGq×2BK×BD+BGq×4CAq. Eſt igitur per 8 c 16, Q: BGq − BK×BD, hoc eſt, BGqq − BGq × 2BK×BD + BKq × BDq = BGq ×BDq + BGq × BKq-BGq × 2BK×BD+BGq × 4CAq. Ideóque BGq × BDq. BKq × BDq = BGqq - BGq ×BKq − BGq×4CAq. vel etiam, BGq − BKq in BDq=BGq − BLq-4CAq in BGq. Ergo Kq: BGq-BKq. √q: BGq-BKq − 4CAq :: BG. BD::BK. BF.

Enuncia-



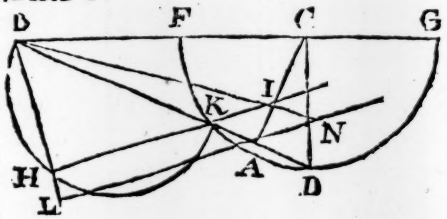
Enunciatur autem hoc theorema verbis ſic, Ut latus quadratum differentiæ inter quadrata ſummæ laterum, & differentiæ ſegmentorum baſis, eſt ad latus quadratum ejuſdem differentiæ multatæ quadrato perpendiculi duplicati; ſic ſumma laterum, ad baſem: & ſic differentia ſegmentorum baſis, ad differentiam laterum.

Geometricè ſic. Diametro *B*G deſcribatur ſemicirculus: in quo inſcribatur GH = *B*K: & *B*H. Eſt igitur BH = √q: *B*Gq − *B*Kq. Rurſus diametro BH deſcribatur ſemicirculus: in quo inſcribatur HI = 2CA: & BI. Eſt igitur *B*I = √q: BGq-BKq −4CAq. Fiat *B*L = BG: & ab L ducatur LN parallela ipſi HI, concurrens cum BI producta in N. Ergo inventa eſt BN = BD.

Probl. XVI. Datis trianguli plani cujuſcunque differentia

differentia laterum BF, differentia segmentorum basis BK, & perpendiculari CA : invenire tum basem, tum summam laterum, tum ipsum triangulum.

Puta factum esse quod postulatur : sitque triangulum BCD. Quoniam est BG. B D :: B K. BF. Et DKq = BDq + BKq - 2BK × BD, per 5 c 18. Et per 47 e 1, (4ADq, hoc est) DKq + 4CAq = (4CDq, hoc est) FGq. Erit BDq + BKq - 2BK × BD + 4CAq = FGq. Adde FG ad BF: Et BF + √q: BDq + BKq — 2BK × BD + 4CAq = BG. Quare BF. BD :: BK. BF + √q: BDq + BKq — 2BK × BD + 4CAq. Item BK × BD = BFq + √q : BFq × BDq + BFq × BKq — BFq × 2BK × BD + BFq × 4CAq. Est igitur Q: BK × BD — BFq, hoc est, BKq × BDq — BFq × 2BK × BD + BFqq = BFq × BDq + BFq × BKq - BFq × 2BK × BD + BFq × 4CAq. Ideoque BKq × BDq — BFq × BDq = BFq × BKq — BFqq + BFq × 4CAq. vel etiam BKq — BFq in BDq = BKq - BFq + 4CAq in BFq. Ergo √q: BKq — BFq. √q: BKq — BFq + 4CAq :: BF. BD :: BK. BG.



Enunciatur autem hoc theorema verbis sic. ut latus quadratum differentiæ inter quadrata differentiæ segmentorum basis, & differentię laterum, est ad latus quadratum ejusdem differentiæ auctæ quadra-

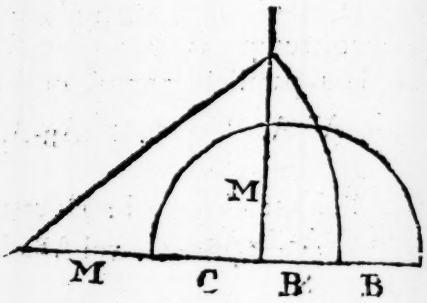
to

to perpendiculi duplicati; ſic differentia laterum, ad baſem: & ſic differentia ſegmentorum baſis, ad ſummam laterum.

Geometricè ſic. Diametro BK deſcribatur circulus: in quo inſcribatur KH=BF: & BH. Eſt igitur $BH=\sqrt{q}: BKq-BFq$. Fiat $BHL=BF$: & $HKI=2CA$. Ducatur BI. Eſt igitur $BI=\sqrt{q}: BKq-BFq+4CAq$. Ducatur etiam LN parallela ipſi HI, concurrens cum BI producta in N. Ergo inventa eſt $BN=BD$.

Probl: XVII. Datis in triangulo rectangulo differentia inter baſem & hypotenuſam B, & differentia inter cathetum & hypotenuſam C: invenire tum hypotenuſam, tum ipſum triangulum.

Pro hypotenuſa ponatur A. Baſis erit $A-B$. & Cathetus $A-C$. & per 47 e 1, Cathetus eſt $\sqrt{q}:2BA-Bq$. Quare $\sqrt{q}: 2BA-Bq::A-C$. Et $2BA-Bq=Aq-2CA+Cq$. vel $2B+2A$ in A minus $Aq=Bq+Cq$. Ergo per 9 e 16, $B+C+\sqrt{q}: 2BC=A$, hypotenuſæ.



Enunci-

Enunciatur autem hoc theorema verbis sic. *Aggregatum* utriusque differentiæ (tum basis tum cathethi) ab hypotenusa ; una cum √q duplicis rectanguli sub ipsis differentiis, æquatur hypotenusæ.

Geometricè sic. Ducatur linea infinita in qua mensurentur B, B, & C. hac diametro fiat semicirculus. *Et* in communi B & C termino statuatur ad angulos rectos linea M. Est igitur $Mq = 2BC$. mensuretur etiam M in linea infinita post C. Et semidiametro M+C+B describatur arcus donec concurrat cum linea M perpendiculari producta. tum à puncto concursus ad centrum illius arcus ducatur linea pro hypotenusa. Et descriptum erit triangulum rectangulum quæsitum.

Probl. XVIII. Ad datam rectam lineam AB, dato rectilineo C æquale parallelogrammum adplicare, deficiens figura parallelogramma, quæ similis alteri parallelogrammo D dato. Oportet autem datum rectilineum non majus esse eo, quod ad dimidium applicatur. Prop: est 28 e 6,

In parallelogrammo D, notetur lineis perpendicularibus ejus *Altitudo* R, & Latitudo S: nec refert utra ex ipsis statuatur major.

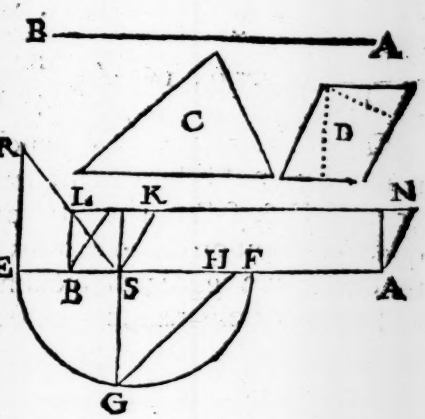
Ponatur latus parallelogrammi quæsiti A: portio ablatitia erit $AB-A$. Fiat S. R::$AB-A$. $\frac{AB*R-R*A}{S}$ altitudo parallelogrāmi quæsiti : Ducatur in A latus : eritque $\frac{AB*R*A-R*Aq}{S} = C$: vel $AB*A-Aq = \frac{C*S.}{R}$

ET

Et per 9, Cap. 16, $\frac{AB}{2} + \sqrt{q\ \frac{ABq}{4} - \frac{C \times S}{R}} = A$.

Quod Theorema verbis enunciatur sic. Si rectilineum C datum ducatur in latitudinem parallelogrammi D; & factus dividatur per altitudinem: & quotus ex quadrato semissis lineæ AB datæ auferatur: latus quadratum reliqui auctum eodem semisse, erit latus parallelogrammi quæsiti.

Geometricè sic: Fiat $ER = \sqrt{q}\,C$. Tum R.S::ER.ES Statuantur ER & ES ad angulos rectos: Sumptaque SF = ER, diametro EF describatur semicirculus: in quo erectâ perpendiculari SG erit $SGq = \frac{C \times S}{R}$



Ex G puncto mensuretur $GH = \frac{1}{2}AB = HB$: erit $HS = \sqrt{:} \frac{ABq}{4} - \frac{C \times S}{R}$. cui si adjungas $HA = \frac{1}{2}AB$; erit AS latus parallelogrammi quæsiti. Et $BS = A_B - A$ portioni ablatitiæ. Et BL parallela lineæ ER, erit altitudo. Ergo parallelogrammum quæsitum est ASKN, factum ipsi D æquiangulum.

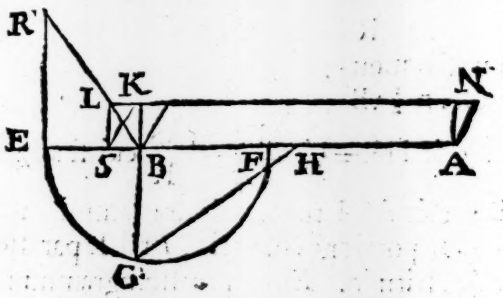
Probl. XIX. Ad datam rectam lineam AB, dato rectilineo

rectilineo C æquale parallelogrammum applicare, excedens figuro parallelogramma, quæ similis sit alteri parallelogrammo D dato, Prop: est 29 e 6.

In parallelogrammo D notetur Altitudo & Latitudo, sicut in præcedente.

Ponatur latus parallelogrammi quæsiti A: Portio adjectitia erit A-AB. Fiat S.R::A-AB. $\frac{R*A-AB*R}{S}$ altitudo parallelogrammi quæsiti. Ducatur in A latus. Eritque $\frac{R*Aq-AB*R*A}{S} = C$. vel $Aq - AB * A = \frac{C*S.}{R}$ Et per 9 c 16, $\sqrt{q:} \frac{ABq}{4} + \frac{C*S}{R} + \frac{AB}{2} = A$.

Quod Theorema verbis enunciatur sic. Si rectilineum datum C ducatur in latitudinem parallelogrammi D & factus per altitudinem dividatur: & quotus addatur quadrato semissis lineæ AB datæ: Latus quadratum aggregati, auctum eodem semisse, erit latus parallelogrammi quæsiti.



Geometricè sic. Fiat ER = $\sqrt{q}$C. Tũ R.S::ER.EB.

Statu-

Statuantur ER & EB ad angulos rectos: Sumptaque BF=ER, diametro EF describatur semicirculus: in quo erecta perpendiculari BG, erit BGq $= \frac{C \times S}{R}$. *Esto* BH=½AB=AH. *Et* ducatur GH $= \sqrt{q: \frac{ABq}{4} + \frac{C \times S}{R}} :=$HS: *Est* igitur AS=A lateri parallelogrammi quæsiti: *Et* BS=A-AB portioni adjectitiæ. *Et* altitudo erit SL parallela lineæ ER. *Ergo* parallelogrammum quæsitum est, ASKN factum ipsi D æquiangulum.

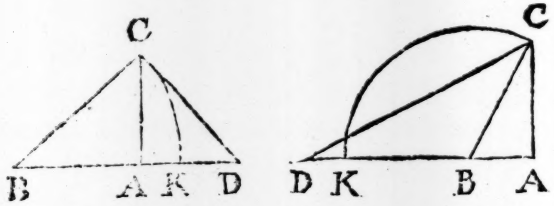
Probl. XX. Datis trianguli plani cujuscunq; duobus lateribus BC, BD, cum angulo B intercepto: invenire tertium latus, vel datis tribus lateribus: invenire angulum B, uni ipsorum oppositum.

Esto factum quod postulatur: sitque triangulum BCD. Centro B, semidiametro BC, describatur arcus CK: & perpendicularis CA. *Est* igitur KD differentia laterum: & AK similis sinui versi anguli B. Nam Rad. *sv*B::BK. AK. *Est*que AK= $\frac{BK \times sv B}{Rad.}$. *Est* autem etiam AK=BK∓BA: ut ex schematibus comparatis liquet.

Et quia BDq+BKq= tum
{ 2BD×BK+KDq. per 5 c 18 }
{ CDq± 2BD×BA. per 2, 3, c 19. }

Erit 2BD×BK+KDq= CDq± 2BD×BA. Quare 2BD×BK∓2BD×BA. hoc est, 2BD×AK +KDq= CDq. at verò 2 BD × AK= $\frac{2BD \times BC \times sv B}{Rad.}$

Ergo $\frac{2BD \times BC \times sv B}{Rad:} + KDq = CDq$. Quod eſt theorema primum. *Et* $\frac{CDq - KDq \text{ in } Rad:}{2BD \times BC} = sv\ B$. Quod eſt theorema ſecundum.



Enunciatur quidem verbis primum theorema ſic: Si duplicatum rectangulum ſub lateribus datis ducatur in ſinum verſum anguli intercepti: & factus dividatur per Radium: Quotus auctus quadrato differentiæ laterum æqualis erit quadrato tertii lateris.

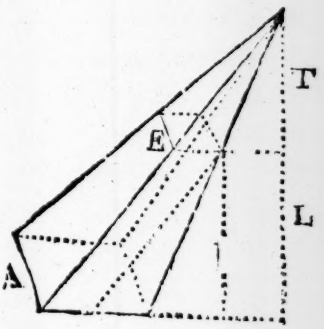
Secundum verò ſic: Si differentia quadratorum lateris oppoſiti, & differentiæ laterum, ducatur in Radium; & factus dividatur per duplicatum rectangulum ſub lateribus continentibus: quotus æqualis erit ſinui verſo anguli quæſiti.

Probl. XXI. Datis fruſti pyramidis utraque baſe Aq, Eq, & altitudine L: invenire menſuram fruſti.

Prænoſcendum eſt ex 7 & 10 e 12. quod parallelepipedon æquatur tribus pyramidis: Et Cylindrus æquatur tribus conis, ejuſdē baſis & altitudinis. Eſtque altitudo pyramidis abſciſſæ (T) primò quærenda

renda, ſic, A–E.E::L.T. Quare $\frac{LE}{X}$=T. Et altitudo totius pyramidis eſt L+T. Item pyramis tota tripla eſt AqL+AqT. Et pyramis abſciſſa tripla eſt Eq T. Ergo triplum fruſtrum pyramidis eſt AqL +AqT-EqT.

Hoc theorema oſtendit unum modum commenſurandi fruſtum pyramidis:Enuntiatur autem verbis ſic.



Si ſolidum ſub baſe majore & tota altitudine multetur ſolico ſub baſe minore & altitudine pyramidisabſciſſæ:reliqui triens æqualis erit fruſto.

Rurſus quia 2 c 11. Aq-Eq=ZX : & T $=\frac{LE}{X}$ Erit AqL+ (ZEL, hoc eſt per 3 e 2) AEL +EqL=AqL+AqT-EqT. Ergo triplex fruſtum pyramidis eſt etiam Aq+Eq+AE in L. hoc theorema docet alterum modum commenſurandi fruſti : enunciatur autem verbis ſic.

Si aggregatum utriuſque baſis fruſti pyramidis, & mediæ inter ipſas proportionalis, ducatur in altitudinem fruſti : facti triens æqualis erit fruſto.

Item quia per 2 c 11, 2Aq+2Eq=Zq+Xq: Erit

rit ZqL+XqL+2AEL æquale ſex fruſtis, at per 11 c 18. Xq+2AE=Z. Ergo Zq+Z in L æquale eſt ſex fruſtis pyramidis. Atque hoc Theorema docet tertium modum commenſurandi fruſti pyramidis. Enunciatur autem verbis ſic. Si ad aggregatum baſium addatur quadratum aggregati laterum quadratorum utriuſque baſis, & ſumma eorundem ducatur in altitudinem fruſti: facti ſextans æqualis erit fruſto.

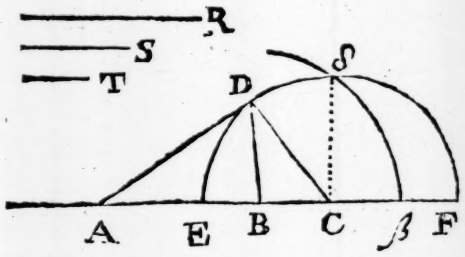
At verò ſi quæſtio ſit de commenſurando fruſto Coni. Quia juxta Archimedæum inventum, ſemiperipheria circuli æqualis eſt $\frac{22}{7}$ Radii ferè: vel magis accuratè $\frac{355}{113}$ Rad: Erit area circuli $\frac{355}{113}$ Rad: q. Et 113. 355::Rad: q. area circuli. Quare Theorema primum de commenſurando fruſto coni, eſt $\frac{355}{452}$ AqL $+\frac{355}{452}$ AqT $+\frac{355}{452}$ EqT, æquatur triplo fruſto. Secundum eſt $\frac{355}{452}$ Aq $+\frac{355}{452}$ Eq $+\frac{355}{452}$ AE in L, æquatur triplo fruſto, Tertium eſt $\frac{355}{452}$ Zq $+\frac{355}{452}$ Z in L, æquatur ſextuplo fruſto Coni.

Probl: XXII. Problema Apollonii Pergæi ἐν ἀναλυομένῳ τόπῳ. Datis in plano duobus punctis A, B, deſcribere circulum, in cujus circumferentiam rectæ lineæ. AD, BD, ab iiſdem punctis ductæ, datam habeant rationem R ad S.

Puta factum eſſe quod quæritur: ſitq; circuli quæſiti centrum C in eadem recta linea cum punctis A, B; & ſemidiameter CD. Fiat R.S::S.T. Quia triangula duo ACD, DCB (ubicunq; ſumitur punctum D) ſunt ut AC ad BC: Et latera DA, DB, communi angulo C ſimiliter oppoſita, ſunt in ratione R ad S: & latus CD utriq; commune: Non difficile erit concipere triangula ipſa ACD, DCB eſſe ſimilia. Quare R, S::DA.

DB

DB::AC. DC::DC. BC. Et per 1 c 15, AC. BC::Rq. Sq::R.T. Si igitur pro BC ponatur A: Erit AB+A. A::R.T. Et AB× T + T× A=R× A: vel $\frac{AB \times T}{R-T}$ =A. Denique √:AC× BC:=DC.



Quæ enunciatur verbis ſic. Si punctorum intervallum ducatur in tertium rationis datæ terminis proportionalem: & factus dividatur per exceſſum termini primi ſupra tertium: Quotus æqualis erit diſtantiæ puncti citerioris à centro. Et latus quadratum rectanguli ſub utraque diſtantia à centro, æquatur ſemidiametro. Geometrica effectio facillima eſt.

Probl. XXIII. Datis dolii, ſive vaſis vinarii, longitudine interna 2CL, & ſemidiametris tum medii CB, tum baſis LD: invenire dolii ipſius capacitatem. Eſt quidem dolium fruſtum ſphæroideos, quæ fit revolutione ſemiſſis ellipſeos ſuper diametrum ſuam tranſverſam ſive axim. Ad menſuram autem fruſti inveniendam, tum totius ſphæroideos, tum abſciſſarum portionum menſuras ſciri oportet: harum enim menſurarum differentia eſt menſura fruſti.

Soliditas totius ſphæroideos eſt $\frac{3}{1}\frac{5}{1}\frac{5}{3}$ BCq in $\frac{2}{3}$ IK: qui duplus eſt conus baſis BCB, & altitudinis IK:

Archim: de conoid: & ſphæroid: prop. 29.

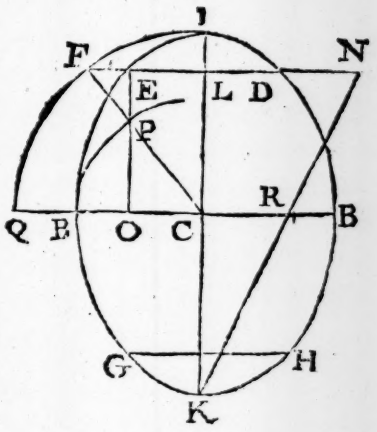
Soliditas verô portionis IED abſciſſæ habetur ſic. LK. LK†KC::$\frac{3}{1}\frac{5}{5}\frac{5}{3}$LDq in $\frac{1}{3}$LI. Soliditas quæſita Ibid: prop. 31.

Deſideratur autem adhuc (qui hujus negocii præcipuus eſt cardo) diameter tranſverſa ſive axis IK: quem ſic invenies.

Puta factum eſſe quod poſtulatur: Et deſcribatur ellipſis: & reliqua; ſicut in ſchemate. Et fiat CK. CB::CB.$\frac{CBq}{CK}$=CR, quod eſt ſemilatus rectum per 13 1 1 conic: Apoll. Iterum fiat CK.$\frac{CBq}{CK}$:: CK †CL.$\frac{CBq\text{ in }CK+CL}{CKq}$=LN. ducatur in IL, hoc eſt CK—CL (quod idem eſt ac ſi ducatur CBq in CKq-CLq per 11 c 18)fietque$\frac{CBq\times CKq-CBq\times CLq}{CKq}$ =LEq. per 13 1 1 conic: Apoll. Ergo $\sqrt{q}\frac{CBq\times CLq}{CBq-LEq}$ =CK, ſemi-axi; hoc eſt$\frac{CB\times CL}{OP}$=CK.

Quod

Quod theorema verbis enuntiatur ſic. Si quadratum ſemidiametri medii dolii ducatur in quadratum dimidiatæ longitudinis: & factus dividatur per differentiam quadratorum à ſemidiametris medii & baſis: quorum latus quadratum erit ſemiaxis ſphæroideos.



Geometricè ſic. Ducatur EO parallela axi. Et ſemidiametro CP=CB fiat arcus ſecans ipſum EO in P. continuetur CP donec concurrat cum baſe LE producta in F. Erit CF æqualis ſemiaxi quæſito. Aliter Quia CP=CB: & CO=LF: erit (√u:CBq -LFq) OP. CB::CL.CF=CK.

Conſectarium. Atque hinc patet meridianos in *Analemmate* eſſe veras Ellipſes. verbi gratia, cogitetur quadrans *Analemmatis* CIFQ. in quo deſcripta ſit Ellipſis IEB. Dico eandem eſſe Meridianum. Nam cum CQ ſit quadrans Æquinoctialis, & FL quadrans paralleli: ſitq; meridianorum proprium ſecare Æquinoctialem, & omnes circulos ipſi parallelos, in ſegmenta ſimilia, per 10, 12 Theod: de ſphæra. Si igitur conſtiterit eſſe CQ.CB::LF.LE: Ellipſis IEB ſecans ipſos erit meridianus. At verò C=CQ: & CP=CB: & OC=LE: Eſtque CE.CP::LF.OC. Ergo,

Probl. XXIV. Datis trianguli rectanguli hypotenusa BC, & CM mediâ proportionali inter basem & cathetum; invenire triangulum.

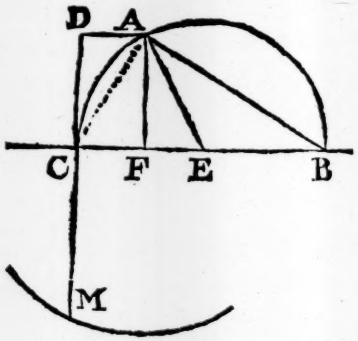
Puta factum esse quod postulatur: sitq; triangulum rectangulum BAC. Quoniam basis est BA, Cathetus erit √q:BCq-BAq: & rectangulum sub ipsis √q: BCq×BAq-BAqq: cujus latus quadratum est √qq: BCq×BAq-BAqq: media proportionalis inter basem & Cathetum.

Item quoniam Cathetus est CA, Basis erit √q:BCq -CAq. Et rectangulum sub ipsis, √q:BCq×CAq -CAqq: cujus latus quadratum est √qq: BCq×CAq -CAqq: media proportionalis inter basem & Cathetũ.

Quare BCq×BAq-BAqq=CMqq. Et
BCq×CAq-CAqq=CMqq.

Ergo per 9 c 16, $\frac{1}{2}$BCq ± √q:$\frac{1}{4}$BCqq-CMqq. = $\left\{\begin{matrix}\text{BAq}\\ \text{CAq}\end{matrix}\right\}$

Quod Theorema enuntiatur verbis sic. Si dimidiato hypotenusæ quadrato, latus quadratum excessus quadrantis quadrato-quadrati hypotenusę supra quadrato-quadratum medii proportionalis inter basem & Cathetum, addatur; aggregatum erit basis quadratum: sin auferatur, reliquum erit quadratum Catheti.



Geometricè sic. Dimetro BC, & centro E medio, describatur semicirculus: Tum fiat BC. CM :: CM. CD =AF

=AF perpendic: intra ſemicirculum. Eſt igitur BC ×AF=CMq. compleatur triangulum BAC Nam ½BCq (AEq)-AFq=EFq.

Quare ½BC ± (EF) √q: ¼BCq-AFq:= {BF. CF.

Ducantur omnia in BC: fietque

½BCq ±√q: ¼BCqq- (BCq×AFq) CMqq:=

= {BC×BF=BAq. BC×CF=CAq.

Probl: XXV. Datis trianguli rectanguli baſe BA, & AM mediâ proportionali inter hypotenuſam & Cathetum, invenire triangulum.

Puta factum eſſe quod poſtulatur: ſitque triangulum rectangulum BAC. Quoniam Cathetus eſt CA, hypotenuſa erit √q: BAq+CAq: Et media inter ipſas proportionalis √qq: CAqq+BAq×CAq.

Item quoniam hypotenuſa eſt BC, catherus erit √q: BCq-BAq: Et media inter ipſas proportionalis √qq: BCqq-BAq×BCq.

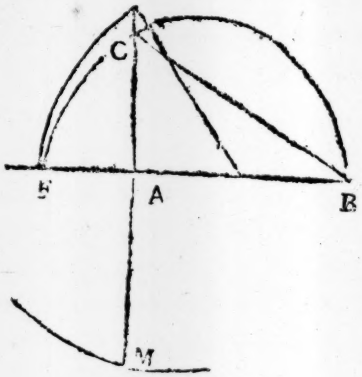
Quare CAqq+BAq×CAq=AMqq. Et

BCqq-BAq×CAq=AMqq. Ergò per 9 c 16

√q: ¼BAqq+AMqq: ∓ ½BAq= {CAq. BCq.

Quod Theorema verbis enuntiatur ſic. Si lateri quadrato ſummæ ex quadrante quadrato-quadrati baſis, & quadrato-quadrati mediæ proportionalis inter hypotenuſam & Cathetum, dimiatum baſis quadratum auferatur, reliquum erit Catheti quadratum: ſin addatur, aggregatum erit quadratum hypotenuſæ.

Geometricè



Geometricè ſic. Fiat BA. AM:: AM. AD perpendic: eſt igitur BA × AD = MAq. ex medio baſi-puncto E ad perpendicularem AD, ducatur ED=EF. Et diametro BF deſcribatur ſemicirculus ſecans AD in C. Tum ducta BC compleatur triangulum BAC. Nam $\frac{1}{4}$BAq + ADq = EFq.

Quare $\sqrt{q: \frac{1}{4}BAq + ADq: \mp\frac{1}{2}BA} = \begin{cases} AF. \\ BF. \end{cases}$

Ducantur omnia in BA: fierque

$\sqrt{q: \frac{1}{4}Bqq + (BAq \times ADq)\ AMqq: \mp\frac{1}{2}Bqq} =$

$= \begin{cases} BA \times AF = CAq. \\ BA \times BF = Cq. \end{cases}$

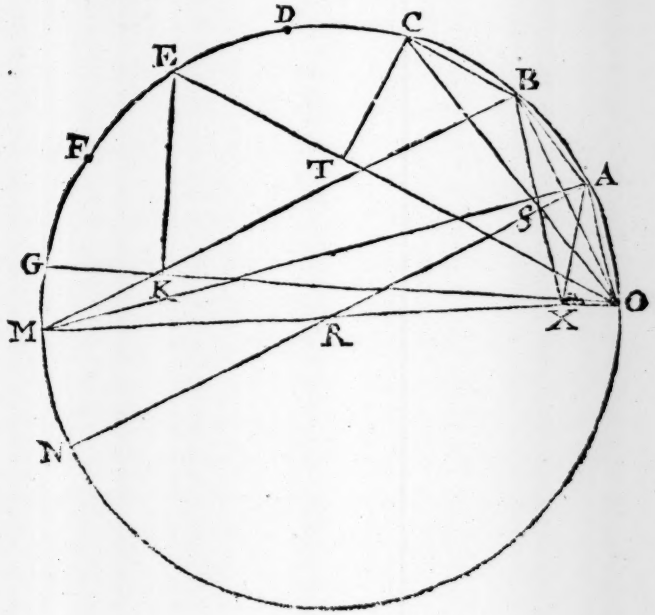
Conſectarium. Atque ex his duabus proportionibus patet æquationum, in quibus ſunt tres ſpecies æqualiter in ordine ſcalæ aſcendentes, quarum ſuprema ſit quadrato-quadratica, effectio Geometrica.

Probl: XXVI. De angulorum ſive peripheriarum biſectione, triſectione, quinquiſectione, ſeptiſectione, pauca etiam, ad Analytices præſtantiam, uſumque admirandum, oſtendendum, apponam. Geometricam quidem praxim adhuc inventam non habent: ſicut nec Meſolabium inventum eſt. At verò in Sectione 15 Cap. XVIII, Æquationes quaſdam Cubicas prælibavi;

qua

qua etiam ſolertia, alias innumeras *A*nalytices ſtudioſus poterit comminiſci, quarum fortaſſe ope meſolabium hactenus tenebris obvolutum, in lucem tandem Proferatur.

Diſtinguantur in peripheria ſeptem æquales partes ab O fine diametri literis A B C D E F G: ducantur ſubtenſæ, ſicut fit in ſchemate. Sumantur MX=MB. ducantur etiam AX & XB; & diameter NRA; & ad OE perpendicularis CT; & ad OG perpendicularis EK. Quoniam per 17 Cap. XVIII, Theor: 1, AB=AX: erunt triangula EMX, ORA, OAX, ſimilia; ideoque $\frac{OAq}{Rad.}=OX$. Sunt etiam triangula OAB,



ARM,

ARM, ſimilia. Et per 47 e 1, MA=$\sqrt{q:4Radq-OAq}$.

His ſic præmiſſis, erit RA. MA, hoc eſt, Rad. $\sqrt{q:4Radq-OAq}$:: OA. OB. Ergo $\frac{4Radq\times OAq-OAqq}{Radq}$=OBq: quæ eſt anguli duplicatio.

Et 4Radq×OAq-OAqq=Radq×OBq: quæ eſt anguli biſectio.

Deinde quia OS=OA. & SA=OX. & NS=MX=MB. Erit per 17 c 18. Th: 16. $\frac{NS\times SA}{OS}$=SC: hoc eſt 2Rad-$\frac{OAq}{Rad}$ in $\frac{OAq}{Rad}$, diviſa per OA, vel $\frac{2Radq\times OA-AOc}{Radq}$=SC. Et ſi addatur OA, fiet $\frac{3Radq\times OA-OAc}{Radq}$=OC: quæ eſt anguli triplicatio.

Et 3Radq×OA-OAc=Radq×OC: quæ eſt anguli triſectio.

Item quia 2ET+CB=OE. Et MO.MB::OC.OT: hoc eſt 2Rad. 2Rad-$\frac{OAq}{Rad}$:: $\frac{3Radq\times OA-OAc}{Rad}$. $\frac{6Radqq\times OA-5Radq\times OAc+OAqc}{2Rqq}$: E cujus duplo ſi tollatur OA: reſtabit $\frac{5Radqq\times OA-5Radq\times OAc+OAqc}{Rqq}$=OE: quæ eſt anguli quintuplatio. Et OAqc-5Radq×OAc

+5Radqq×OA=Radqq×OE: quæ eſt anguli quinquiſectio.

*A*tque hac forma progredi licet ad Septiſectionem inveniendam, Nempe 7Rcc×OA-14Rqq×OAc +7Rqq×OAqc+OAqqc=Rcc×OG.

Nam MO. MB :: OE. OK. Et 2OK-OC=OG. Operationem ſtudioſis relinquo.

Verùm quia Radius ponitur 1, quæ in Multiplicatione & Diviſione, nihil mutat: idcircò in hiſce omnibus Æquationibus, Radius cum omnibus ſuis poteſtatibus, omitti poterit.

Sed quo artificio iſtiuſmodi operoſæ Æquationes (in quibus non ſunt tantum tres ſpecies æqualiter in ordine ſcalæ aſcendentes) ſolvantur, quanquam non eſt hujus inſtituti docere: tamen quod in hoc negotio in uſum nobiliſſimi doctiſſimique Domini Gerardi *A*ungier, Domini Aungier & Baronis de Longford, ante plurimos annos, commentus ſum, in gratiam ſtudioſorum Mathematices, qua poſſum brevitate, in lucem proferre non pigebit.

SOLI DEO GLORIA.

DE ÆQUATIONUM AFFECTARUM RESOLUTIONE IN NUMERIS.

1. CONſtruendæ Æquationis affectæ modus. Sumatur, ut lubet, pro B, 3: pro Cq, 16: pro Dc, 125: pro Fqq, 1296: &c. Nec refert utrum numeri ſumpti ſint verè figurati necne. Sitque ex his Coëfficientibus conſtruenda Æquatio Quadrato-cubica. Ea pro modo Tabulæ Analyticæ poſterioris in ordine Quadrato-cubico, conflata, eſto Lqc-5BLqq†10CqLc-10DcLq+5FqqL=Gqc. Quæ in numeris, ſtatuendo L (radicem) 47, erit 1qc -1599q+160c-1250q†64801=170304782. vel omiſſa *unciarum* diſtinctione, pro 1599, dic BLqq, pro 160c, dic CqLc; pro 1250q, dic DcLq; & pro 64801, dic FqqL. Nam ſi L ſit 47; erit Lq=2209: & Lc =103823: & Lqq=4879681: & Lqc=22934 5007.

conſtructionis

Conſtructionis hujus Practica.

ELqq	229345007	Lqc
15 × 4879681	-73195215	
Cql c	156149792	
160 × 103823	+16611680	
Dc Lq	172761472	
1250 × 2209	-2761250	
Fqq L	170000222	
6480 × 47	+ 304560	
	170304782	Gqc

2. Proponatur Æquatio quæcunque, puta modò inventam.

1qc-15qq+160c-1250q+6480l=170304782:

Vel numeris in ſymbola mutatis,

Lqc-BLqq+CqLc-DcLq+Fqql=Gqc:

Et ſi plures eſſent affectionum Species, conſequenter efferri poterunt per Hcc, Kqqc, Mqcc, Nccc, & ſic ulterius.

3. Radices L ex his inveſtigandæ duæ erunt partes, nempe A latus primum, & E latus ſecundum, ſive ſubſequens quodlibet. Quare L=A+E: & omnes poteſtates ex L, æqualiter conſimilibus poteſtatibus ex A+E: v. g. Lq=Aq+2AE+Eq: & Lc=Ac+3AqE +3AEq+Ec. &c.

Qui igitur numeroſam hanc poteſtatum affectarum reſolutionem cupit addiſcere, eum in purarum poteſtatum Geneſi & Analyſi, bene verſatum eſſe oportet.

4. In Æquatione propoſitâ, poteſtas reſolvenda 170304782, ſive Gqc, eſt Quadrato-cubica, cujus etiam

etiam generis ſunt ſingulæ affectionum Species. Nam *Heterogenea inter ſe nec addi poſſunt, nec ſubtrahi.*

5. Quare in ſingulis affectionibus duo ſunt conſideranda, Gradus affectionis, & Coëfficiens: ut in 15qq, affectionis gradus eſt Quadrato-quadraticus, & coëfficiens 15, lateralis: In 160 c, affectionis Gradus eſt cubicus, & Coëfficiens 160, Quadraticus. In 1250q, affectionis Gradus eſt Quadraticus, & coëfficiens 1250, cubicus: denique in 6480 l, affectionis gradus eſt lateralis, & coëfficiens 6480, Quadrato-quadraticus: ſicut ex utraque Æquationis deſignatione comparata clariſſimè liquebit. Atque hinc duo oriuntur Conſectaria pro laterum ſingularium extractione.

6. Primum Conſectarium eſt, Si coëfficientis pro ſua ſpecie, radix, ducta in affectionis gradum, multiplicet ipſum coëfficientem: factus erit ejuſdem generis cum poteſtate reſolvenda: Ut in præcedente Æquatione, ſi latus 15 Quadrato-quadraticè multiplicatum, ducatur in 15; & ſi √q 160 cubatum, ducatur in Quadratum 160; & ſi √c 1250 quadratum, ducatur in cubum 1250; denique ſi √qq 6480 ducatur in Quadrato-quadratum 6480; ex ſingulis hiſce multiplicationibus emerget numerus Quadrato-cubicus. *Atque hæc multiplicatio Analytica, modus eſt reducendi coëfficientem quemlibet ad ſpeciem poteſtatis reſolvendæ*, in lateris primi ſingularis extractione uſitatiſſimus.

7. Unde etiam clariſſimè liquet, quod ſi numerus ex coëfficientibus hoc modo reductis, atque comparatis, emergens, minor ſit poteſtate reſolvenda, latus ipſius etiam minus eſt latere poteſtate reſolvendæ; Si verò major, eſt majus; & ſi æqualis, æquale. In hac igitur

igitur Æquatione, 1qc-15qq+160c-1250q+6480 l =17030478 2;vel 17030478 2+15qq-160c+1250q -6480 l=1qc; si tum coëfficiens lateralis 15, tum √q160, tum √c 1250, tum √qq 6480, Quadratocubentur; prodibunt quatuor affectionum species homogeneæ, nempe 7593.., 3238.., 1450.., 0581.., Quod quidem per Logarithmos facillime fit, satisque pro proposito accuratè. Operationis ratio,ex fine hujus Tractatus (ubi de Logarithmorum notitiâ pauca traduntur) petenda, sic est. (Vide Sect:27, una cum pag:149, &c.)

Logarithmi. Numeri 1)2)3)4)	Coëfficientes sunt dimensiones in Coëfficiente.
1) 5×1, 17609 5, 88045	15 qq +7593..
2) 2, 20412 5×1, 10206. 12|65 5, 51030	160 c -3238..
3) 3, 09691 5×1, 03230. 10|98. 5, 16150	1250 q + 1450..
4) 3, 81157 5×0, 95289. 8|97 4, 76445	6480 l -0581..

In Æquatione inter proposita,speciebus pro signo-

rum ratione in unam ſummam aggregatis, erit 170304700+759300−323800+145000−058100 =1qc=170827100. Quod etiam in aliis æquationibus ſimiliter fieri poterit.

8. Secundum eſt, Si poteſtas reſolvenda per Coefficientem dividatur, quotus ad ipſum affectionis gradum referretur: hoc eſt, quotus erit latus, ſi affectio ſit ſub latere; vel quadratum, ſi ſub quadrato; & ſic de reliquis gradibus: Ut in priore Æquatione, ſi 170304782 dividatur per 15, quotus erit Quadrato-quadraticus; ſi per 160, quotus erit cubicus; ſi per 1250, quotus erit Quadraticus; ſi denique per 6480, quotus erit lateralis. Quare non ſemper ipſe quotus, ſed ipſius plerumque radix pro affectionis gradu, erit latus ſingulare eliciendum.

9. In ſecundæ etiam radicis inveſtigatione hoc teneri debet; quòd pro numero figurarum in quoto cenſendus fere erit ejus gradus: ut ſi quotus unica conſtet figura, ſit latus; Si duabus, Quadratum; ſi tribus, cubus, &c. Et ſi quotus ſuperet 5, vel 50, vel 500, &c. ad gradum fortaſſe ſequentem, in grandioribus præſertim affectionibus, poterit extendi. Atque *hæ ſunt diviſionis Analyticæ leges.*

10. Nec in iſtiuſmodi *Multiplicatione* atque *Diviſione*, totam poteſtatem reſolvendam, cum toto Coëfficiente, percurrere opus erit; Sed ſolummodo ad punctum congruens proximum.

11. Nam in reſolutione affectarum Æquationum punctationes omnes gruduum fieri debent, in poteſtate reſolvenda, ſicut in puris: Supremi quidem gradus ſupra: reliquorum verò infrà. Coëfficientes etiam,

pro

pro ſua quiſque ſpecie, punctandi ſunt. Prioris exempli punctationes ſic erunt,

1qc-15qqq+160c-1250qq+06410l=1703047 82

12. Debet autem regulariter (præſertim ſi Coëfficiens ſit negativus) numerus punctorum in ſingulis eſſe æqualis. Quare ſi poteſtas reſolvanda puncta plura, ſive pauciora habeat ſupra ſe, quam Coëfficiens; tot deficienti præponantur circuli, ut puncta utrobiq; poſſint eſſe æqualia. Et in ſingulis lateribus eruendis punctum coëfficientis lateri illi proprium, ad patile poteſtatis reſolvendæ punctum ſuperius, accommodandum eſt: quod quidem fiet, ſi unitatis locus in coëfficiente, ad puncta poteſtatis inferiora gradui ſuo convenientia, ordine dimoveantur.

13. Si Coëfficiens aliquis ſit fractio, ſive latus ſurdum; reducatur ad integros cum partibus decimalibus.

14. Et ſi opus ſit radicis eductionem in partibus decimalibus perſequi: poſt lineam ſeparatricem circulos quot viſum erit adſcribes, eoſque ſupra & ſubtus, punctis conſimiliter inſignire perges.

15. Tabula oſtendens tum *Diviſores*, tum *Gnomones*, pro laterum ſingularium in Æquationibus affectis inveſtigatione; collecta & continuando ex tabella Analytica poſteriore. Et nota, quod Coëfficientis cujuſque ſpecies omnes ſunt affirmatæ, ſi ipſa ſit affirmata; negatæ vero, ſi negata.

Pro Primo Latere.	Pro lateribus ſingularibus ſequentibus, ad complendum *Gnomonem*.
Aq BA	2AE . Eq } = Cq BE .
Ac BAq CqA	3AqE . 3AEq . Ec B2AE . BEq . } = Dc CqE .
Aqq BAc CqAq DcA	4AcE . 6AqEq . 4AEc . Eqq B3AqE . B3AEq . BEc . } = Fqq Cq2AE . CqEq . DcE .
Aqc BAqq CqAc DcAq FqqA	5AqqE . 10AcEq . 10 qEc . 5AEqq . Eqc B4AcE . B6AqEq . B4AEc . BEqq . Cq3AqE . Cq3AE . CqEc . Dc2AE . DcEq . } = Gqc FqqE . &c.

16. *Diviſores* ubique ſumuntur ex iis, quæ in data habentur menſura, juxto ordine diſpoſitis, atque aggregatis, habita ſignorum ratione.

17. Si Æquationis alicujus ſuprema poteſtas ſit negativa, Æquatio illa eſt ambigua.

18. Latus ſingulare primum elicitur ex his *Regulis*, deſumptis ex duobus conſectariis in Sect. 6. & 8.

Prima. Si Coëfficiens ita longè in poſteriora decedit, ut vix ad primum poteſtatis reſolvendæ punctum pertingat; nec (Analyticè etiam reductus) enormem in illio mutationem faciat: in extractione lateris ſingularis primi, negligi omnino poterit.

Secunda. Si Coefficiens in anteriora prorumpit, ſitque affirmativus: devolendus eſt in puncta conſequentia, donec locus diviſioni fiat. Per quam diviſionem quotus inventus ad gradum affectionis referretur. Quod etiam in extractione minoris radicis Æquationibus ambiguæ intelligi debet.

Tertia. Si vero negativus ſit, & pluribus conſtet punctis, quam poteſtas reſolvenda; ſuppleantur loci deficientes circulis præfixis: & pro latere primo ſingulari, ſumatur ipſa coëfficientis, pro ſuo genere, radix.

Quarta. Si utrobique puncta ſint æqualia, & numeri in primo tum coëfficientis, tum poteſtatis reſolvendæ, puncto, non multum diſcrepent: Coëfficiens per radicem ſuam, pro ſpecie qua punctatur, ſub congruente puncto extractam, ad poteſtatis ſpeciem (per Analyticam multiplicationem) reductus, poteſtati reſolvendæ addatur, ſi ſit negativus; vel auferatur, ſi affirmativus. Nam ſi ſit $Ac+CqA=Dc$, erit Ac

=Dc ∓CqA. At si Æquationis ambiguæ latus majus quæratur, Potestas resolvenda è coëfficiente reducto auferatur. Nam si sit CqA-Ac=Dc, erit Ac=CqA -Dc. Tum summæ vel differentiæ radix, erit latus primum eliciendum. Et nota, quod Æquationis ambiguæ latus majus, aliquando per divisionem; aliquando per extractionem radicis è coëfficiente; sed plerumque per reductionem coëfficientis investigatur.

19. Atque his præceptis solerter perpensis, Illud demùm verum latus singulare primum erit, quod primò omnium talem exhibet diagonalem, qui unà cum coefficientibus, sicut Æquationis conditio postulat, juxta tabellam præcedentem, multiplicatis; omnibusque in unam summam (diligente ubique tum signorum, tum sedium, respectu habito) aggregatis; numerum profert potestate resolvendâ, unde subtrahendus est, non majorem. Notandum autem est, quod numerus negativus quantuscunque, minor est omni tum affirmativo, tum negativo minore: ut -4 minor est quam 1, & quam -1. Item quod subductio mutat signum numeri subducendi: ut ex 4 tolle 6, restat 4-6, hoc est -2. Et ex -4 tolle -6, restat -4+6, hoc est 2. Denique ex 4 tolle -6, restat 4+6, hoc est 10. Quare in lateris primi singularis extractione, tentandum aliquoties est, donec latus verum inveneris; quod per proximè majus, certissimè agnosces.

20. In constitutione divisoris pro secundo latere investigando; Coëfficientis ductæ in gradum quemlibet, sedes ordinari debet secundum proprii gradus punctationem; hoc est, Coëfficientis sub latere sedes

distabit

diſtabit verſus ſiniſtram, à puncto ſive ſede ipſius Coëfficientis, uno loco: Coëfficientis ſub quadrato ſedes, duobus locis: ſub cubo, tribus: &c. Et ob vitandam confuſionem, utile erit in reſiduo poteſtatis reſolvendæ, punctationes illas, quæ præſenti radici eruendæ inſerviunt, ſolas diſtinguere.

21. Tum latus ſingulare ſecundum elicietur ſic: Diviſores cujuſque generis, ex tabula precedente inventi, & juſto ordine diſpoſiti, in unam ſummam aggregentur; & per totalem illum diviſorem, reliquum poteſtatis reſolvendæ dividatur. Nam quotus juxta diviſionis Analyticæ leges (ſi id uſus exigat) primus, dabit latus ſingulare ſecundum eliciendum. Cæterùm in hac inveſtigatione multotiès, præſertim ſi magnitudinum dividentium negativarum aggregatum, aggregato affirmativarum penè æquetur (adeò ut Diviſor Reliquo poteſtatis reſolvendæ minor admodum ſit) maxima ineſt lubricitas: quam tamen Analyſta ſagax facile effugiet.

22. Hæc igitur Regula eſto perpetua. Illud demùm verum latus ſingulare ſecundum eſt; quod primò omnium talem exhibet *Gnomonem*, conſtantem ex complementis cujuſque generis, & Coëfficientibus, ſicut Æquationis conditio poſtulat, juxta tabulam præcedentem, multiplicatis; omnibuſque in unam ſummam, diligenter ubique tum ſignorum, tum ſedium, habita ratione, aggregatis; qui *Gnomon* non major ſit poteſtate reſolvenda unde ſubtrahendus eſt. Quare tentandum aliquoties eſt, donec latus verum inveneris: quod etiam per proximè majus, certiſſime agnoſces.

23. Latera omnia ſingularia poſt ſecundum, per Diviſionem ſimplicem facillimè acquiruntur.

24. Si affectiones ſint compoſitæ ex affirmativis, & negativis: antecedentia præcepta mixtim ſunt cum ſolertia & judicio uſurpanda. Et in lateribus æſtimandis præponderabit ſemper affectio major, minori. Verùm totum hoc negotium Analyticum, quod verbis enarrare difficillimum foret, frequens exercitatio, tum in Geneſi, tum in Analyſi poteſtatum cujuſque generis, facile ſatis reddet, atque familiare.

25. Sed quia ſuperius aliquoties dictum eſt, tentatu opus eſſe; quod quidem in affectionibus multiplicibus, & ubi gradus ſunt elatiores, valde laborioſum erit: apponam hic, coronidis loco, duos modos ejuſmodi tentamenti levandi: unum per Depreſſionem, ex CAP. XVI. Sect. 7. *Clavis*: alterum per Canonem Logarithmorum 1000. In utroque autem ſi Æquatio fuerit ambigua, ſigna ejus omnia erunt mutanda. Notandum etiam hic eſt, quod numerus negativus quantuſcunque, minor eſt omni tum affirmativo, tum negativo minore.

26. Inventio laterum ſingularium per Depreſſionem. Si latus primum quæratur: In ſingulis Æquationis datæ ſpeciebus abſcindantur lineâ ſeparatrice omnia puncta poſt primum. Deinde applicentur omnes ſpecies ad latus; hoc eſt, deprimantur uno gradu.

Exempl: I. 1qq-72c+238600l = 87$\dot{2}$581$\dot{5}$. Hæc Deprimendo fiet 1 c+ $\dot{2}$38 6-7|$\dot{2}$ q = L) 872|5. Eſto A 4. Erit 4) 872|5 (218|1 juſtus.

Et

Et + 64 + 238|6 — 115|2 = 187|4, minor justo.
Esto A 5. Erit 5) 872|5 (174 5, justus.

Et + 125 + 238|6 — 180|0 = 183|6; major justo.
Latus igitur verum A = 5-1, hoc est, 4.

Exempl: II. De Æquatione ambigua. 1c-32571 = -45744. Hæc deprimendo fiet 1q-32|5 = L)-45|7.
Esto A 4. Erit 4) — 45|7 (— 11|4, justus.

Et + 16 — 32|5 = -16|5, minor justo.
Esto A 5. Erit 5) — 45|7 (— 9|1, justus.

Et + 25 — 32|5 = — 7|5, major justo.
Latus igitur verum A = 5 — 1, hoc est, 4.

Si latus secundum quæratur: In singulis speciebus abscindantur omnia puncta post secundum. Deinde applicentur omnes species ad quadratum; hoc est, deprimantur duobus gradibus. Ut in Exemplo I.

1qq — 72c + 238600l = 872581 5. Hæc Deprimendo fiet 1q + L) 238600-721 = Q) 872581 5.

Esto A 47: erit 2209) 872581 5 (3949. Justus.
Et 2209 + 5077 — 3384 = 3896. minor justo.
Esto A 48: erit 2304) 872581 5 (3787. Justus.
Et 2304 + 4971 - 3456 = 3819: major justo.
Latus igitur verum est 48 — 1, hoc est, 47.

27. Inventio lateris singularis secundi per *Logarithmos*.

Index Logarithmi cujusque desumitur ex tabella in initio *Clav.* pro distantia primæ suæ figuræ, ante vel post locum unitatum, cujus Index est 0. Eædem igitur figuræ, eodem ordine dispositæ, eundem habent Logarithmum: Indices vero diversi esse possunt. Ut

numer

numeri 436, Log: est 2,6394865 at numeri 43600, est 4,6394865. & numeri 4|36, Log: est 0,6394865. Denique numeri 0|00436, Log: est $\overline{3}$,6394865.

Summa duorum Logarithmorum, Logarithmus est facti à valoribus: differentia autem, Logarithmus est quoti. Ut quia 4|36×9=39|24 hujus Log: 1,5937290=0, 6394865 + 0, 9542425. Et quia 9)39|24(4|36: hujus Log: 0,6394865=1,5937290 −0,9542425.

Logarithmus lateris, ductus in numerum dimensionum cujusque potestatis, est ejusdem potestatis Logarithmus: Ut quia numeri 436, Log: est 2,6394865: Erit 2,6394865×3 = Log: Q: 436. Et 2,6394865×3 = C: 436: Et 2, 6394865×4 = QQ: 436, &c.

Logarithmus potestatis cujusque divisus per numernm dimensionum suarum, exhibet Logarithmum radicis suæ.

Si in Serie Geometricè continuè proportionalium Logarithmus primi termini tollatur è Logarithmo secundi, reliquus erit Logarithmus rationis: Qui, si in numerum terminorum minus uno (qui numerus est rationum) ducatur; deindeque Logarithmo primi termini augeatur; Logarithmus erit termini ultimi.

28. Atque hæc de Logarithmorum notitia satis sunto: quibus intellectis, reliquam operationem, exempla sequentia diligenter inspecta, facilem reddent: In qua etiam omnes punctationes, post duas primas, linea separatrice abscindendæ sunt.

Ex-

Exempl: I. 1qq-72c+238600l = 872815. Justus.
Sunto duo prima latera singularia.

		−72	+238600
47. 1,67209	8	1,85733	5,37767
Cu: 5,01629		5,01629	1,67210
qq: 6,68839		6,87362	7,04977
		+4880...	−7475... +11213...

Et +4880... +11213... -7475... = +8618... minor justo.

48. 1,68124	1	1,85733	5,37767
Cu. 5,04372		5,04372	1,68124
qq. 6,72496		6,90105	7,05891
		+5308...	−7963... +11455...

Et +5308+11455-7963 = 48800... major justo.
Radix igitur vera erit 48-1, hoc est, 47.

Exempl: II. 1c −3257l = −45744. Justus.
Sunto duo prima latera singularia

		−3257
48. 1,68124	1	3,51282
Cu. 5,04372		1,68124
		5,19406
+1106		-1563 major.)

+1106 −1563 = −457, minor justo, (saltem non

49. 1,690196		3,51282
Cu. 5,07059		1,69020
		5,20302
+1176		−1596

+1176 −1596 = −420; major justo.
Radix igitur vera erit 49 −1, hoc est, 48.

Latus

Latus ſecundum inveſtigari poterit per Logarithmos, etiam Depreſſione præcedente. Ut in Exemplo V. $1qq - 1246|00q = 08972|6256$. Hæc quadraticè depreſſa fiet $1q - 1246 = Q)8972|6$.

Supponatur duo prima latera ſingularia,

	8972|61
34. 1,53148	3,95337
Q. 3,06296	3,06296
† 1156	0,89041: valor 7|76 Juſtus.

† 1156 − 1246 = -90 : minor juſto.

36. 1,55630	3,95337
Q. 3,11260	3,11260
† 1296	0,84077: valor 6|93 Juſtus.

† 1296 − 1246 = †50: major juſto.

Radix igitur vera cadit inter 34 & 36.

Atque hoc modò in XXVIII Sectionibus, ſive Præceptis (qui numerus eſt perfectus) doctrinam de Æquationum affectarum reſolutione in numeris, adjuvante Deo omnium bonorum Datore, expedivi: Ejus igitur ſit omnis laus, honor, & gloria in ſempiternum. *Amen.*

Exempla

Exempla quædam Æquationum Resolutarum in Numeris.

ÆQuationum Quadraticarum, omniumque in quibus sunt tres ſpecies in ordine ſcalæ æqualiter adſcendentes, Analyſi ſuperſedebo : quia in cap. XVI. Sect. 9. *Clavis*, modus facilior traditus eſt, quàm per generalem hanc methodum præſtari poterit : Et ad Exempla Æquationum aliter affectarum progrediar. Denique in fine, Notas ad Exempla, ſubjungam ; in quibus operationis ratio, in laterum ſingularium inveſtigatione, ex præceptis ſuperiùs traditis, aperietur.

Initium faciam à Reſolutione numeroſæ Æquationis primò conſtitutæ, Nempe

1qc -15qq † 160c-1250q†6480l= 17030478 2.

Hoc eſt, Lqc--BLqq†CqLc-DcLq†FqqL= Gqc

Exemplum

Exemplum I.

1qc-15qq+160c-1250q+64801=17030478 2.
Hoc est, Lqc-BLqq+CqLc-DcLq+FqqL=Gqc.

17030478 2		(47
15		-B
1250		-Dc
160		Cq
6480		Fqq
1024		Aqc
10240		CqAc
25920		FqqA
+ 11289920		
3840		-BAqq
20000		-DcAq
-4040000		
7249920		*Ablatit.*
R 97805532		
1280		5Aqq
640		10Ac
160		10Aq
20		5A
7680		Cq3Aq
1920		Cq3A
160		Cq
6480		Fqq

+142	50040	
38	40	-B4Ac
1	440	-B6Aq
	240	-B4A
	15	-B
1	0000	-Dc2A
	1250	-Dc
-40	87665	
+101	62375	*Divisor.*
896	0	5AqqE
313	60	10AcEq
54	880	10AqEc
4	8020	5AEqq
	16807	Eqc
53	760	Cq3AqE
9	4080	Cq3AEq
	54880	CqEc
	45360	FqqE
+1333	62047	
268	80	-B4AcE
70	560	-B6AqEq
8	2320	-B4AEc
	36015	-BEqq
7	0000	-Dc2AE
	61250	-DcEq
-355	56465	
+978	05582	*Ablatit.*

Exemplum

Exemplum II.

$1c + 420000l = 247651713$

Hoc est, $Lc + CqL = Dc$.

	247	651	713	(417	
	42	000	0	Cq	
	64			Ac	
	168	000	0	CqA	
	232	000	0	*Ablatit.*	
R	15	651	713		
	4	8		3Aq	
		12		3A	
	4	200	00	Cq	
	9	120	00	*Divisor.*	
	4	8		3AqE	
		12		AEq	
		1		Ec	
	4	200	00	CqE	
	9	121	00	*Ablatit.*	
R	6	530	713		
		504	3	3Aq	4 | 1
		1	23	3A	16 | 8
		420	000	Cq	1
		925	530	*Divisor.*	16 | 81
	3	530	1	3AqE	
	2	60	27	3AEq	
			343	Ec	
		940	000	CqE	
	6	530	713	*Ablatit.*	

Exem-

Exemplum III.

$1c + 1007q = 247617936$,

Hoc est $Lc + BLq = Dc$.

247	617	936	(417
1007			B
64			Ac
1611	2		BAq
2251	2		*Ablatit.*
R 22	497	936	
48			3Aq
12			3A
8056			B2A
1007			B
13076	7		*Divisor.*
48			3AqE
12			3AEq
	1		Ec
8056			B2AE
1007			BEq
13077	7		*Ablatit.*
R 9420	236		
5043			3Aq
123			3A
82574			2BA
1007			B
133227	7		*Divisor.*
35301			3AqE
6027			3AEq
343			Ec
57801	8		B2AE
4934	3		BEq
94203	36		*Ablatit.*

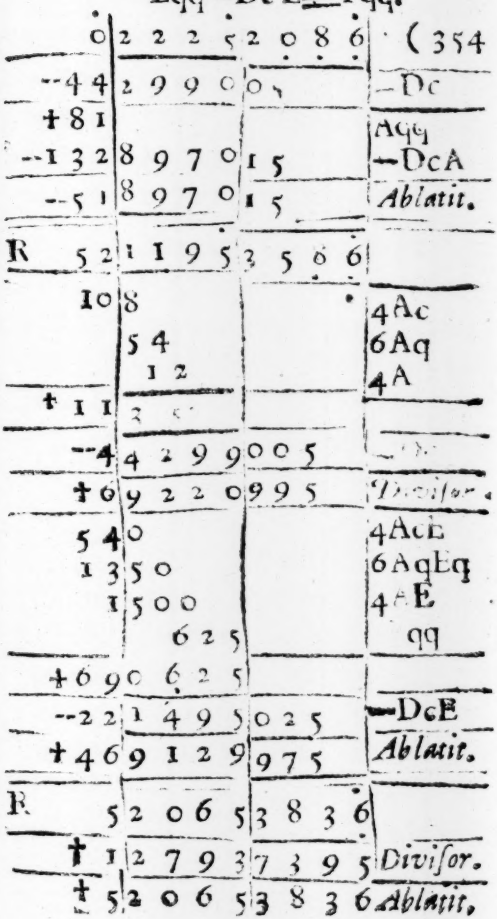
4	1
16	
	8
	1
16	81

Exemplum IV.

$$1qq - 44299005\,l = \dot{0}222\dot{5}2\dot{0}8\dot{6}$$

$$Lqq - Dc\,L = Fqq.$$

$\dot{0}$	2 2 2 $\dot{5}$	2 $\dot{0}$ 8 $\dot{6}$	(354
--44	2 9 9 0	0 5	—Dc
+81			Aqq
--132	8 9 7 0	1 5	—DcA
--51	8 9 7 0	1 5	*Ablatit.*
R 52	1 1 9 $\dot{5}$	3 5 $\dot{6}$ $\dot{6}$	
10	8		4Ac
	5 4		6Aq
	1 2		4A
+11	3 [illegible]		
--4	4 2 9 9	0 0 5	[illegible]
+6	9 2 2 0	9 9 5	*Divisor.*
54	0		4AcE
13	5 0		6AqEq
1	5 0 0		4AE
	6 2 5		qq
+69	0 6 2 5		
--22	1 4 9 5	0 2 5	—DcE
+46	9 1 2 9	9 7 5	*Ablatit.*
R 5	2 0 6 5	3 8 3 $\dot{6}$	
+1	2 7 9 3	7 3 9 5	*Divisor.*
+5	2 0 6 5	3 8 3 6	*Ablatit.*



Exemplum

Exemplum V.

1qq-1246000q=-0897262256, Lqq-CqLq=Fqq.

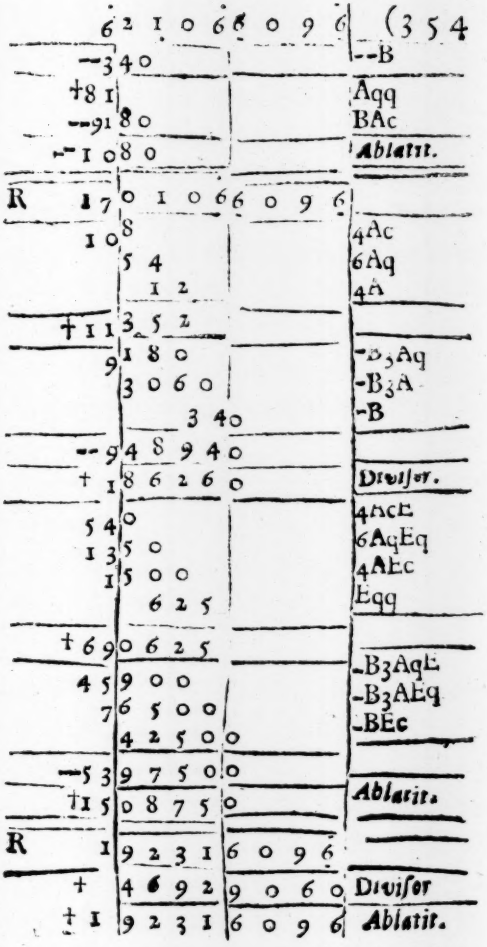
c	9 7 2 6 2 5 6	(354
-1	4 6 0 0	-Cq
+81		Aqq
-112	1 4 0 0	-CqAq
-21	1 4 0 0	*Ablatit.*
R 32	0 3 7 2 6 2 5 6	
108		4Ac
	54	6Aq
	12	4A
+1132		
	747600	-Cq2A
	134600	-Cq
-760	0900	
+375	400	*Divisor.*
540		4AcE
1350		6AqEq
1500		4AEc
625		Eqq
+600	625	
378	8000	-Cq2AE
3	11 5000	-CqEq
-404	9 5000	
+28	5675 00	*Ablatit.*
R 3	46 97 62 56	
	8489 1800	*Divisor*
+3	46 97 625 6	*Ablatit.*

Exemp. VI.

Exemplum VI.

$$1qq - 340c = 6210660960$$

$$Lqq - BLc = Fqq.$$



Exempl

Exemplum VII.

1qq--77108000l=08553057 6 Lqq— Dc L=Eqq.

0	8553	0576	(426
--77	1080	00	Dc
+256			Aqq
--208	4320	00	--DcA
--52	4320	00	*Ablatit.*
R 53	2873	0576	
256			4Ac
96			6Aq
16			4A
+26	576		
--77	1080	00	--Dc
+18	8652	00	*Divisor.*
512			4AcE
384			6ApEq
128			4AE
16			Eqq
+55	1696		
--13	4216	00	--DcE
+39	7480	00	*Ablatit.*
13	5393	0576	
+2	2030	4080	*Divisor.*
+23	5393	0576	*Ablatit.*

4 . 2
16
16
4
1764

4 . . 2
646 8
948
74088

Exempl. VIII.

Exemplum VIII.

3 2 0 0 1 — 1 c = 4 6 5 7 7 Æquatio eſt ambigua.

CqL — Lc = Dc.

46	577		(47 *Radix major.*
32	00	Cq	
--64		-Ac	
+ 1280	00	CqA	
+ 64	00	*Ablatit.*	
R -17	423		
48		-3Aq	
12		-3A	
-49	2		
+ 3	200	Cq	
--1	720	*Diviſor.*	
336		-3AqE	
588		-3AEq	
	243	- c	
- 39	823		
+ 2	400	CqE	
- 17	423	*Ablatit.*	
R 00	000		

Exemplum IX.

$3200l - 1c = 46579$

46577	Dc	(157 *Radix minor.*
3200	Cq	
--1	Ac	
+3200	CqA	
3100	*Ablatit.*	
R 15577		
3	3Aq	
3	3A	
--33		
+3200	Cq	
2870	*Divisor.*	
15	-3AqE	
75	-3AEq	
125	-Ec	
--2375		
+16000	CqE	
12625	*Ablatit.*	
R 1952000		
25205	*Divisor.*	
745107	*Ablatit.*	
R 1206895	000 &c.	

Exemplum X.

$539 - 1c = 13254$ Æquatio est

$BLq - Lc = Dc$ ambigua.

13	2 5 4	(47 Radix major.
5	3	B
—64		-Ac
†84	8	BAq
†20	8	*Ablatit.*
R --7	5 4 6	
4	8	-3Aq
	12	-3A
--49	2	
4	24	B2A
	53	B
†4	293	
—	627	*Divisor.*
336		-3AqE
588		-3AEq
	343	-Ec
--328	23	
2968		B2AE
2597		BEq
†322	277	
--7	546	*Ablatit.*
R 0	000	

Exempl. XI.

Exemplum XI.

$\dot{5}\dot{3}q - 1c = 1\dot{3}\dot{2}\dot{5}\dot{4}$

1	3	2	5 4	Dc (2005	*Radix minor.*
	5	3		B	
	--8			-Ac	
1	2	2		BAq	
1	3	2		*Ablatit.*	
R		5	4	0 0 0 0 0	
		--1	2	0 0 0 0	--3Aq
				--6 0 0	--3A
		--1	2	0 0 6 0 0	
		2	1	2 0 0	B2A
				5 3	B
		+2	1	2 0 5 3	
		9	1	9 9 3 0	*Divisor.*
		--6	0	0 0 0 0	--3AqE
			--	1 5 0 0	--AEq
				1 2 5	--Ec
		--60	1	5 0 1 2 5	
		1 0 6	0	0 0	B2AE
			1	3 2 5	BEq
✠		1 0 6	1	3 2 5	
		4 5	9	8 2 3 7 5	*Ablatit.*
R		8	0	1 7 6 2 5 0 0 0	&c.

Exempl. XII.

Exemplum XII.

$$6\,0\,0\,3\,4\,1 - 1\,c = 1\,0\,2\,3\,7\,6\,8$$

$$Cq\,L - Lc = Dc.$$

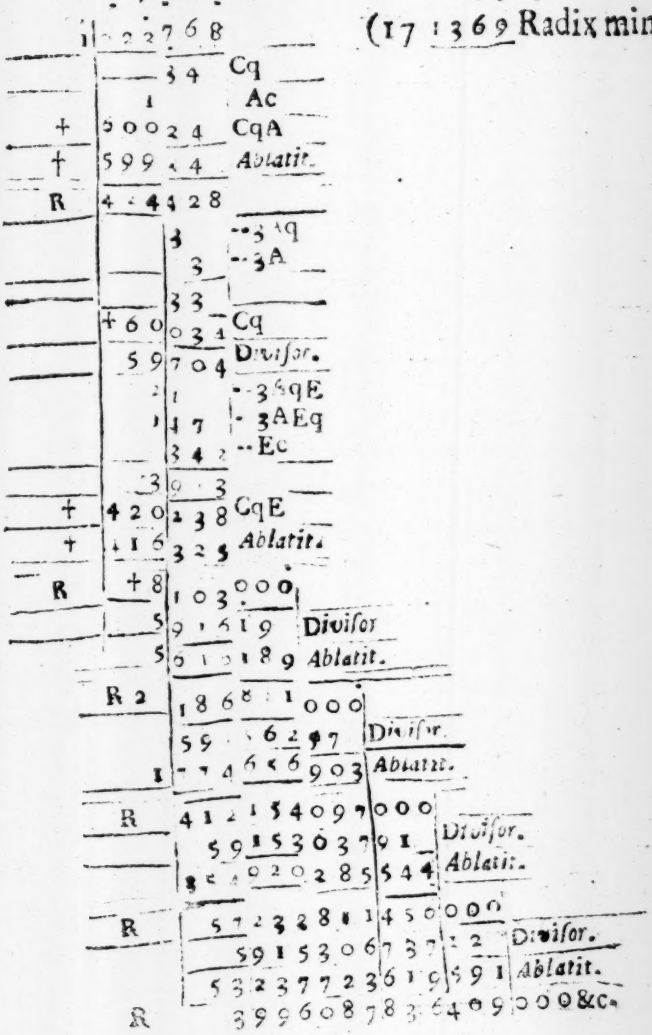
1	0 2 3	7 6 8	(236 Radix major.
6	0 0 3	4	Cq
−8			-Ac
+12	0 0 6	8	CqA
+4	0 0 6	8	*Ablatit.*
R-2	9 8 3	0 3 2	
1	2		-3Aq
	6		-3A
--1	2 6		
+	6 0 0	3 4	Cq
−	6 5 9	6 6	*Divisor.*
3	6		-3AqE
	5 4		--3AEq
	2 7		--Ec
-4	1 6	7	
+1	8 0 1	3 2	CqE
-2	3 6 5	9 8	*Ablatit*
R−	6 1 7	0 5 2	
	-9	6 3 6	*Divisor*
	6 1 7	0 5 2	*Ablatit.*

Exempl. XIII.

Exemplum XIII.

$$6\,9\,0\,3\,4\,1\text{-}1\,c = 1\,0\,2\,3\,7\,6\,8$$

(17369 Radix minor.



Exemplum XIV.

1qq--72c+238600l=8725815 7056.

Lqq--BLc+DcL=Fqq.

8725815	7056 (47 6
--72	--B
+238600	Dc
256	Aqq
954400	DcA
+1210400	
--4608	BAc
+749600	*Ablatit.*
R 1229815	7056
256	4Ac
96	6Aq
16	4A
238600	Dc
+504360	
3456	--B3Aq
864	--B3A
72	--B
--354312	
+150048	*Divisor.*
1792	4AcE
4704	6AqEq
5488	4AEc
2401	Eqq
1670200	DcE
+3289881	
24192	-B3AqE
42336	-B3AEq
24696	-BEc
-2867256	
1122625	*Ablatit.*
R 107190	7056
17698808	*Divisor.*
107190 7056	*Ablatit.*

Exemp. XV.

Exemplum XV. Trisectionis.

$3l - 1c = 1|258640782100$ CqL − Lc = Dc.

1	258	640	782	1	(04499
3	3	Cq			Subtensa
	-64	-Ac			Gr. 26.
+ 1	2	CqA			
1	136	*Ab*	*latit.*		
R	122	640			
	4	8	-3Aq		
		12	-3A		
	-4	92			
	+3		Cq		
	25	08	*Divi*	*sor.*	
	19	2	-3Aq	E	
	1	92	-3AE	q	
		64	-Ec		
	-21	184			
+	12		CqE		
	98	816	*Abla*	*tit.*	
R	23	824	782		
	2	417	88	*Divisor*	
	21	665	151	*Ablatit.*	
R	2	159	631	100	
		239	506	23	*Divisor.*
	2	154	585	501	*Ablatit.*
R		05	045	599	000

Exem. XVI.

Exemplum XVI. Quinquisectionis.

1qc-5c+5l=1|14715|2872|702092

Lqc-CqLc+FqqL=Gqc.

	1	14715	28727	02092
	4	5	Fqq	
		-5	-Cq	
		32	Aqc	
	1	0	FqqA	
	+1	00032		
		-40	CqAc	
		96032	*Ablatit*	
R		18683	28727	
		80		5Aqq
			80	10Ac
			40	10Aq
			10	5A
		5		Fqq
		+5008	8410	
		60		-Cq3Aq
		30		-Cq3A
			5	-Cq
		-630	5	
		+4378	3410	*Divisor*
		32	0	5AqE
		12	80	10AEq
		2	560	10AqEc
			2560	5AEqq
			1024	Eqc
		20		FqqE
	†	20039	62624	

(0|2437
Subtensa
Gr. 14.

	240		Cq3 Aq E	
	480		-Cq3 AE q	
	320		CqEc	
	29120			
	1 7135	62624	*Ablatit.*	
R	1547	66103	02092	
	4149122			*Divisor.*
	1242	64912	09443	*Ablatit.*
R	305	01120	92649	00000

Nota

Notæ in Exempla precedentia.

IN Exemplis Sectionum 26 & 28, Numerum Juſtum voco eum, qui oritur ex applicatione poteſtatis Reſolvendæ ad gradum lateris ſuppoſiti, per quem facta eſt Depreſſio. Hæc enim menſura eſt, cui reliquæ ſpecies omnes legitimè aggregatæ, deberent eſſe æquales. Ut in Exemplo 10 Sectionis 26, 1c + 238 6 −7|2q=1) 8725. Si pro latere primo ſupponatur 5: Oportet eſſe C: 5: + 238|6 −7|2 Q:5:=8725 diviſum per 5: hoc eſt 125+238|6 −(7|2×25) 180, nempe 183|6 æqualem eſſe 174|5 Juſto. At major eſt: ideoque latus verum minus eſt quàm 5. Supponatur igitur iterùm 4: Et periculum fac, an C:4:+238|6 7|2 Q: 4: æquetur 872|5 diviſo per 4.

Cæterùm nè in his Exemplis, ſicut etiam in ſequentibus, tentamenta hæc caſu merè fortuito ſuſcipiantur; Monendum erit.

Primò, ſi lateris eruti homogenea poteſtas excedat poteſtatem Reſolvendam; vel, ſi magnitudines ingentes poteſtatem Reſolvendam, excedant eas quæ imminuunt: Latus A verum minus (ut plurimùm) erit latere eruto: Sin aliter, majus. Ut in hac Æquatione, 1242600001=180931713.

Secundò, Si Diviſores ſub eodem ſigno cum Reliquo poteſtatis Reſolvendæ, excedant eos, qui ſunt ſub ſigno diverſo: Latus E verum (ut plurimum) minus erit quam Quotus: ſin aliter, majus: Ut in hac Æquatione,

tione, 15681 — 1c = 2 1952. Idem etiam accidit in Æquationibus ambiguis, quando Reliquum poteſtatis Reſolvendę eſt affirmativum: ut in hac Æquatione, 67681 — 1c = 214273. Harum trium Æquationum ſolutio in praxi, poſt Notas oſtendetur.

Tertiò, Si poſt hæc Monita, nihilominus ſubſit dubitatio; tentamentum à 5 commodiſſimè erit inchoandum: Atque inde per numeros impares continuanda inquiſitio: ſive ea per Depreſſionem fiat, ſive per Logarithmos.

His præmonitis, reſtat ut Exempla ipſa diſcutiamus.

Ad Exempl: I. √qc1703 eſt 4 +, per Sect: 18, Reg: 1. Nam ut ex Sect: 7. apparet, per Coëfficientes Analyticè reductos, non fit in primo puncto notabilis immutatio. Quare latus A verum erit 4.

Latus E verum minus eſt quàm Quotus 9: quia Diviſores ſub ſigno + (quod ſignum eſt ipſius Reſidui) excedunt eos qui ſunt ſub ſigno —.

Ad Exempl: II. 42) 247 (6 —, per Sect: 18, Reg: 2. Nam 42 Analyticè reductus, per Sect: 6 & 8, fit 252: major quàm 247. Eſtque Latus A verum minus quàm 6; quia C: 6 —: excedit 247|6.

Ad Exempl: III. 10) 247 (24 + = Q: 5 —: per Sect: 18, Reg: 2. At 10 Q: 5: = 250 — 247|6. monit: 1.

Ad Exempl: IV. √c44|3 eſt 3 +, per Sect: 18, Reg: 3. Quare latus A verum eſt 3.

Latus E verum minus eſt quàm Quotus 8 —, per Monit: 2.

Ad Exempl: V. $\sqrt{q12\frac{1}{4}}$ eſt 3 †, per Sect: 18, Reg: 3. Quare latus A verum eſt 3.

Latus E verum minus eſt quàm Quotus 9-, per Monit: 2.

Ad Exemp:VI. Coëfficiens lateralis $\frac{1}{4}$ Quadrato-quadraticè multiplicatus, & auctus $6\frac{1}{2}$, fit 140, QQ:3†: per Sect: 18, Reg: 4. Quare latus A verum eſt 3.

Latus E verum minus eſt quam Quotus 9 —, per Monit: 2.

Ad Exempl: VII. $\sqrt{c77}$ eſt 4, per Sect:18, Reg:3. Quare latus A verum eſt 4.

Ad Exempl: VIII. $\sqrt{q32}$ eſt $5\frac{1}{65}$, in 32 fit $180\frac{1}{8}$ mi $46\frac{1}{5}$, reſtat 144, C: 5: per Sect: 18, Reg:4. At 144 excedit $46\frac{1}{5}$. Quare Latus A verum minus eſt quàm 5, per Monit: 1.

Latus E verum minus eſt quam Quotus 10, per Monit: 2.

Ad Exempl: IX, XI, XIII. Solutio facillima eſt per Diviſionem, juxta Sect: 18, Reg:3.

Ad Exempl:X.C:5:eſt125, mi 13, reſtat 112, C:5 —: per Sect: 18, Reg:4, At 112 excedit 13. Quare latus A verum minus eſt quam 5, per Monit: 1.

Latus E verum minus eſt quàm Quotus 12, per Monit: 2.

Ad Exempl: XII. $\sqrt{q6}$ eſt 2 †, in 6 fit 12, mi 1, reſtat 11, C:$2\frac{1}{5}$ per Sect:18, Reg:4. At 11 excedit 1. Quare latus A verum paulò minus quam 2 †, per Monit: 1.

Latus E verum minus eſt quàm Quotus 5-, per Monit: 2.

Ad

Ad Exempl: XIV. QQ: 7\2: est — 2687. Et √c238\6 est 6\2, cujus QQ est + 1480. Tum — 2687 + 1480 = — 1207: His additus ad 872, dat 2079, QQ:6 +: per Sect: 18, Reg: 4. Et quia adjectitius — 2687 major est quam ablatitius + 1480, erit latus A verum minus quàm 6, per Monit: 1.

Latus E verum minus est quam Quotus 9, per Monit: 2.

Ad Exempl: XV, XVI, Quia in utroque Æquationis ambiguæ Radix minor quæritur, nec obstant Coëfficientes etiam reducti, Analysis per Divisionem fiet, juxta Sect: 18, Reg: 1.

Praxis Exempli in Monito primo.

1c+26|0000=180931713.

180|9 (4, latus A

26|0 Cq.

√q26 est 5, in 26 fit 130, tollatur ex 180, restat 50, C:3+: qui minor est quam 180. Quare latus A verum majus est quàm 3.

Praxis Exempli in Monito secundo.

1568|-1c=2195|2.

21	952	(28, Duo prima latera.
15	68	Cq.
--8		Ac
+31	63	CqA
+23	36	*Ablat*
R-1	408	
1	2	-3Aq
	6	-3A
-1	26	
+1	568	Cq
+	308	*Divisor*

Signum R est-. At -1|26 minor est quam +1|568. Quare latus E verum majus est quam Quotus 4.

Praxis

Praxis Exempli posterioris in Monito secundo.

$$67681 - 1c = 21427\frac{3}{4}$$

214	273	(47, Duo prima latera.
67	68	Cq
-64		-Ac
+270	72	CqA
+206	72	*Ablat*
R+7	553	
4	8	-3Aq
	12	-3A
--4	92	
+6	768	Cq
+1	848	*Divisor*

Signum R est +. At Divisor ex A lateris gradibus negativus, minor est Divisore Coëfficiente affirmativo; hoc est --4\92 minor est quam +6\768. Quare latus E verum majus erit quam Quotus 4.

De Logarithmis.

In Sectione XXVII. Logarithmorum doctrinam paucis tradidi: Sed satis luculenter præsertim pro tribus prioribus Numerationis speciebus, scilicet Additione, Subductione, & Multiplicatione.

Operatio quidem in Addendo & Subtrahendo, si Indices sint affirmativi, à communi integrorum viâ nihil differt: parum etiam si sint negativi, ut ex his Exemplis apparet, Inventio

Inventio fractionum { 13. 1, 11394. / 17. 1, 23045. } Log: $\bar{1}$, 88349

Et { 15. 1, 17609 / 32. 1, 50515 } Log: $\bar{1}$, 67194

Additio.

Ad	$\bar{1}$, 88349
adde	1, 67194
Sum	$\bar{1}$, 55543

Subductio.

Ex	$\bar{1}$, 88349
tolle	1, 67194
Reſt	0, 21155

Multiplicatio.

Lateris 0,00064 — $3 \times \bar{3}$, 80614 — Cubus 7, 41842

Lateris 0,00064 — $2 \times \bar{3}$, 80614 — Quadr: 5, 61228

Diviſionis *L*ogarithmi Indicem habentis negativum, per 2, 3, 4, 5, & c. difficultas conſtat in inveſtigatione Indicis Quoti. Cui rei hæc inſervit Tabella.

Diviſores.		
2)	1 . 2	$\bar{1}$
	3 . 4	2
	5 . 6	3
	7 . 8	4
3)	1 . 2 . 3	1
	4 . 5 . 6	2
&c	7 . 8 . 9	3
4)	1 . 2 . 3 . 4	1
	5 . 6 . 7 . 8	2
5)	1 . 2 . 3 . 4 . 5	1
	6 . 7 . 8 . 9 . 10	2
	40. 30. 20. 10. 0	

In

In hac Tabella Diviſores ſunt à ſiniſtrâ intra lineam flexam.

Tum verſus dextram ſequuntur Logarithmorum dividendorum Indices negativi.

His in ſingulis ordinibus collaterales adſtant Quotorum Indices etiam negativi.

Subtùs autem qui ſcribuntur numeri, 0, 10, 20, 30, 40, Oſtendunt numeros addendos primæ figuræ Logarithmi dividendi, cujus Index negativus invenitur ſupra in eâdem columnâ, juxta Diviſorem. Ut ſi Logarithmus $\bar{7}$, 41842 poſtuletur dividi per 3 : Quæratur $\bar{7}$ juxta 3) dabiturque collateralis $\bar{3}$, pro Indice Quoti : Et numerus 20 ſubtùs ; qui additus figuræ dividuæ primæ 4, reddit ipſum 24 : in quo Diviſor 3 octiès continetur.

Diviſio.

3) $\bar{7}$, 41842	2) $\bar{5}$, 61228
Latus $\bar{3}$, 80614	Latus $\bar{3}$, 80614

FINIS.

Exemplum IV.

1qq--44299005l = 0222520 86

Lqq—Dc L = Fqq.

0	2225	2086	(354
--44	2990	05	—Dc
+81			Aqq
--132	8970	15	—DcA
--51	8970	15	*Ablatit.*
R 52	1195	3586	
10	8		4Ac
	54		6Aq
	12		4A
+11	3[illegible]		
--4	4299	005	—Dc
+6	9220	995	*Divisor.*
54	0		4AcE
13	50		6AqEq
1	500		4AE
	625		qq
+69	0625		
--22	1495	025	—DcE
+46	9129	975	*Ablatit.*
R 5	2065	3836	
+1	2793	7395	*Divisor.*
+5	2065	3836	*Ablatit.*

Exemplum

Exemplum V.

1qq-124600q=0897262256, Lqq-CqLq=Fqq.

	c 9 7 2 6 2 5 6	(354
	-12 4 6 0 0	-Cq
	+81	Aqq
	-112 14 0 0	-CqAq
	-21 1 4 0 0	*Ablatit.*
R	32 0 3 7 2 6 2 5 6	
	108	4Ac
	54	6Aq
	12	4A
	+11 3 5 2	
	747600	-Cq2A
	124600	-Cq
	-760 0 6 0 0	
	+3 7 5 1 4 0 0	*Divisor.*
	540	4AcE
	1350	6AqEq
	1500	4AEc
	625	Eqq
	+600625	
	37 3 8 0 0 0	-Cq2AE
	2 11 5 0 0 0	-CqEq
	-40 4 9 5 0 0 0	
	+28 5 6 7 5 0 0	*Ablatit.*
R	3 4 6 9 7 6 2 5 6	
	8 4 8 9 1 8 0 0	*Divisor*
	+34 6 9 7 6 2 5 6	*Ablatit.*

Exemplum IV.

1qq--44299005l = 0222520 86

Lqq—Dc L = Fqq.

0	2225	2086	(354
--44	2990	05	—Dc
+81			Aqq
--132	8970	15	—DcA
--51	8970	15	*Ablatit.*
R 52	1195	3586	
10	8		4Ac
	54		6Aq
	12		4A
+11	352		
--4	4299	005	—Dc
+6	9220	995	*Divisor.*
54	0		4AcE
13	50		6AqEq
1	500		4AE
	625		Eqq
+69	0625		
--22	1495	025	—DcE
+46	9129	975	*Ablatit.*
R 5	2065	3836	
+1	2793	7395	*Divisor.*
+5	2065	3836	*Ablatit.*

Exemplum

Exemplum V.

1qq-124600q=08972625 6, Lqq-CqLq=Fqq.

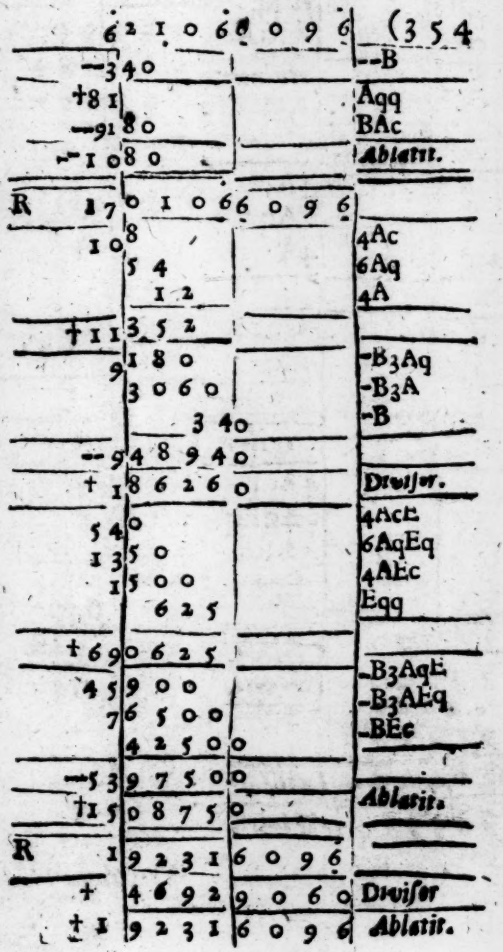
c	3 9 7 2 6 2 5 6	(354
-12	4 6 0 0	-Cq
+81		Aqq
-112	14 00	-CqAq
-21	1 4 0 0	*Ablatit.*
R 32	0 3 7 2 6 2 5 6	
108	8	4Ac
	54	6Aq
	12	4A
+11	3 5 2	
	747600	-Cq2A
	124600	-Cq
-7	60 0 6 0 0	
+2	7 5 1 4 0 0	*Divisor.*
54	0	4AcE
135	0	6AqEq
1	500	4AEc
	625	Eqq
+60	0 6 2 5	
37	3 8 0 0 0	-Cq2AE
3	11 5 0 0 0	-CqEq
-40	4 9 5 0 0 0	
+28	5 6 7 5 0 0	*Ablatit.*
R 3	4 6 9 7 6 2 5 6	
	8 4 8 9 1 8 0 0	*Divisor*
	+3 4 6 9 7 6 2 5 6	*Ablatit.*

Exemp. VI.

Exemplum VI.

1qq--340c=62106096

Lqq—BLc=Fqq.



Exempl

Exemplum VII.

1qq--77108000l=085530576 Lqq— Dc L=Fqq.

0	8553	0576	(426
--77	1080	00	--Dc
+256			Aqq
--308	4320	00	--DcA
--52	4320	00	*Ablatit.*
R 53	2873	0576	
256			4Ac
96			6Aq
16			4A
+26576			
--77108	000		--Dc
+18	8652	000	*Divisor.*
512			4AcE
384			6ApEq
128			4AE
16			Eqq
+55	1696		
--13	4216	000	--DcE
+39	7480	000	*Ablatit.*
13	5393	0576	
+2	2030	4080	*Divisor.*
+23	5393	0576	*Ablatit.*

4.2
16
16
4
1764

4..2
646 8
948
74088

Exempl. VIII.

Exemplum VIII.

$3200l - 1c = 46577$ Æquatio est tmbigua.

$CqL - Lc = Dc.$

46	577		(47 *Radix major.*
32	00	Cq	
--64		-Ac	
+ 128	00	CqA	
+ 64	00	*Ablatit.*	
R -17	423		
4	8	-3Aq	
	12	-3A	
-4	92		
+3	200	Cq	
--1	720	*Divisor.*	
33	6	-3AqE	
5	88	-3AEq	
	243	-Ec	
- 39	823		
+ 2	400	CqE	
- 17	423	*Ablatit.*	
R 00	000		

Exemplum IX.

3200l − 1c = 46579.

	46577	Dc	(157 *Rvdix minor.*
	3200	Cq	
	--1	Ac	
	+3200	CqA	
	3100	*Ablatit.*	
R	15577		
	3	3Aq	
	3	3A	
	--33		
	†3200	Cq	
	2870	*Divisor.*	
	15	-3AqE	
	75	-3AEq	
	125	-Ec	
	--2375		
	+16000	CqE	
	13625	*Ablatit.*	
R	1952	000	
	252	05	*Divisor.*
	745	107	*Ablatit.*
R	1206	895	000 &c.

Exemplum X.

$539 - 1c = 132544$ Æquatio est

$BLq - Lc = Dc$ ambigua.

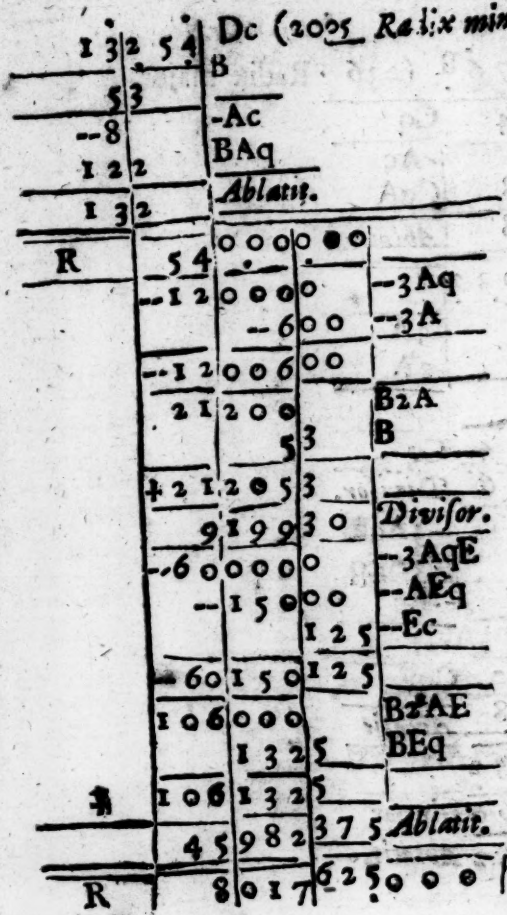
13	2 5 4	(47 Radix major.
	5 3	B
—	6 4	-Ac
†	8 4 8	BAq
‡	2 0 8	*Ablatit.*
R —	7 5 4 6	
	4 8	-3Aq
	1 2	-3A
—	4 9 2	
	4 2 4	B2A
	5 3	B
‡	4 2 9 3	
—	6 2 7	*Divisor.*
	3 3 6	-3AqE
	5 8 8	-3AEq
	3 4 3	-Ec
—	3 2 8 2 3	
	2 9 6 8	B2AE
	2 5 9 7	BEq
‡	3 2 2 7 7	
—	7 5 4 6	*Ablatit.*
R	0 0 0 0	

Exempl. XI.

Exemplum XI.

$\dot{5}\dot{3}q - 1c = 1\dot{3}\dot{2}5\dot{4}$

1 3	2 5 4	Dc (2005 *Radix minor.*			
		B			
5	3				
--8		-Ac			
1 2	2	BAq			
1 3	2	*Ablatit.*			
R	54	000	000		
	--12	000	0	--3Aq	
		--6	00	--3A	
	--12	006	00		
	21	200		B2A	
		5	3	B	
	+21	205	3		
	9	199	30	*Divisor.*	
	--60	000	0	--3AqE	
	--	150	00	--AEq	
			125	--Ec	
	--60	150	125		
	106	000		B2AE	
		132	5	BEq	
+	106	132	5		
	45	982	375	*Ablatit.*	
R	8	017	625	000	&c.



Exempl. XII.

Exemplum XII.

$$600341 - 1c = 1023768$$

CqL — Lc = Dc.

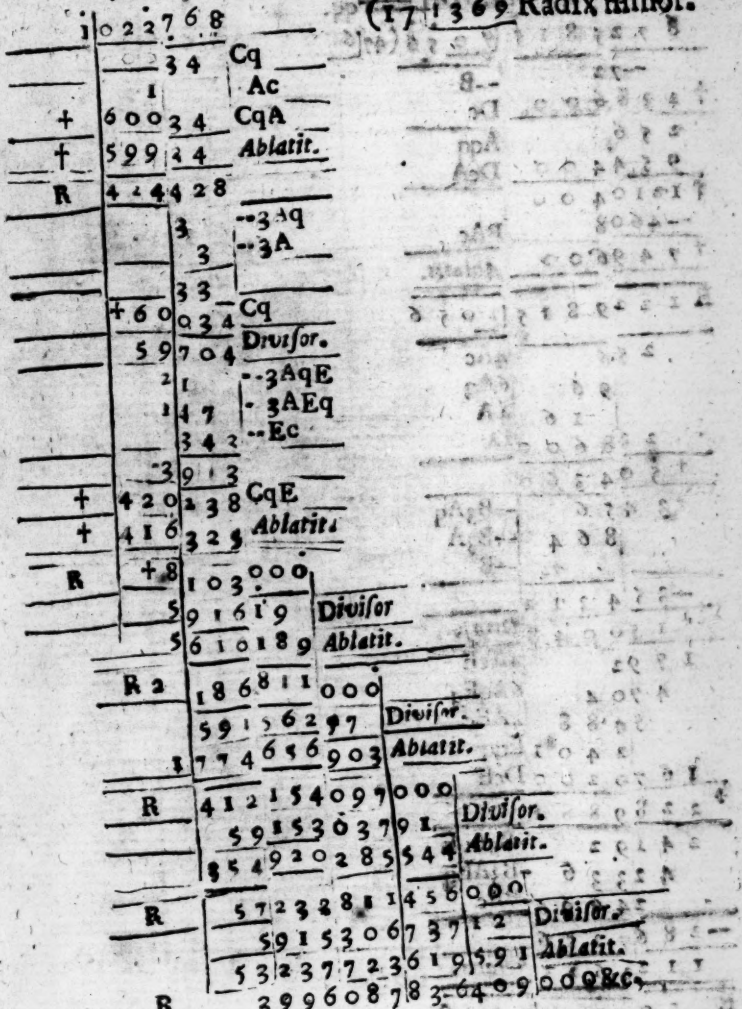
1	023	768	(236 Radix major.
6	003	4	Cq
−8			-Ac
+12	006	8	CqA
+4	006	8	*Ablatit.*
R −2	983	032	
12			-3Aq
6			-3A
−1	26		
+	600	34	Cq
−	659	66	*Divisor.*
36			−3AqB
54			−3AEq
27			−Ec
−4	167		
+1	801	02	CqE
−2	365	98	*Ablatit*
R−	617	052	
	−96	366	*Divisor*
	617	052	*Ablatit.*

Exempl. XIII.

Exemplum XIII.

60034 l-1 c = 1023768

(17 1369 Radix minor.



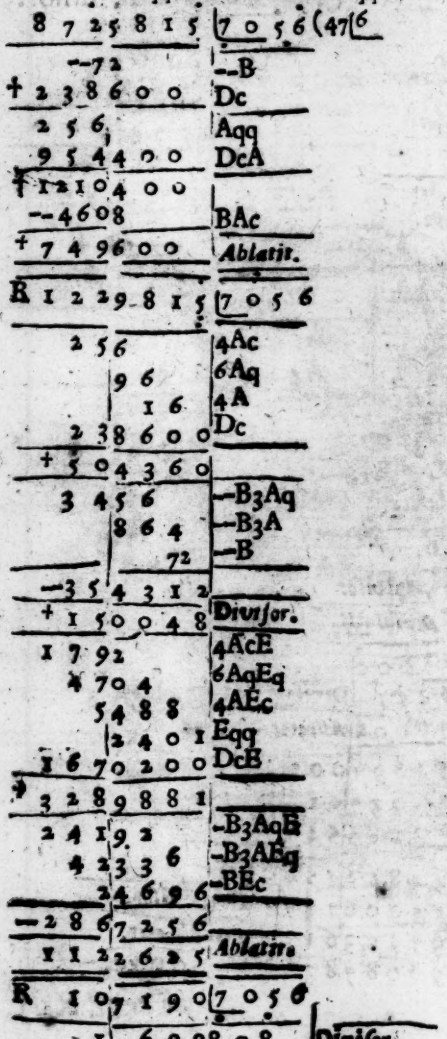
1	022768		
	34	Cq	
	1	Ac	
+	60034	CqA	
+	59934	*Ablatit.*	
R	424428		
	3	--3Aq	
	3	--3A	
	33		
+	60034	Cq	
	59704	*Divisor.*	
	21	--3AqE	
	147	-3AEq	
	342	--Ec	
	3913		
+	420238	CqE	
+	416325	*Ablatit.*	
R	+8103000		
	5916119	*Divisor*	
	5610189	*Ablatit.*	
R 2	186811000		
	591562997	*Divisor.*	
	1774656903	*Ablatit.*	
R	412154097000		
	59153037 91	*Divisor.*	
	354920285544	*Ablatit.*	
R	57233811456000		
	5915306737 12	*Divisor.*	
	53237723619591	*Ablatit.*	
R	3996087836409	000 &c.	

Exemplum XIV.

1qq--72c+238600l==8725815 7056.

Lqq--BLc+DcL==Fqq.

8725815	7056 (47 6
--72	--B
+238600	Dc
256	Aqq
954400	DcA
+1210400	
--4608	BAc
+749600	*Ablatit.*
R 1229815	7056
256	4Ac
96	6Aq
16	4A
238600	Dc
+504360	
3456	--B3Aq
864	--B3A
72	--B
--354312	
+150048	*Divisor.*
1792	4AcE
4704	6AqEq
5488	4AEc
2401	Eqq
1670200	DcE
+3289881	
24192	--B3AqE
42336	--B3AEq
24696	--BEc
--2867256	
1122625	*Ablatit.*
R 107190	7056
17698808	*Divisor.*
107190 7056	*Ablatit.*

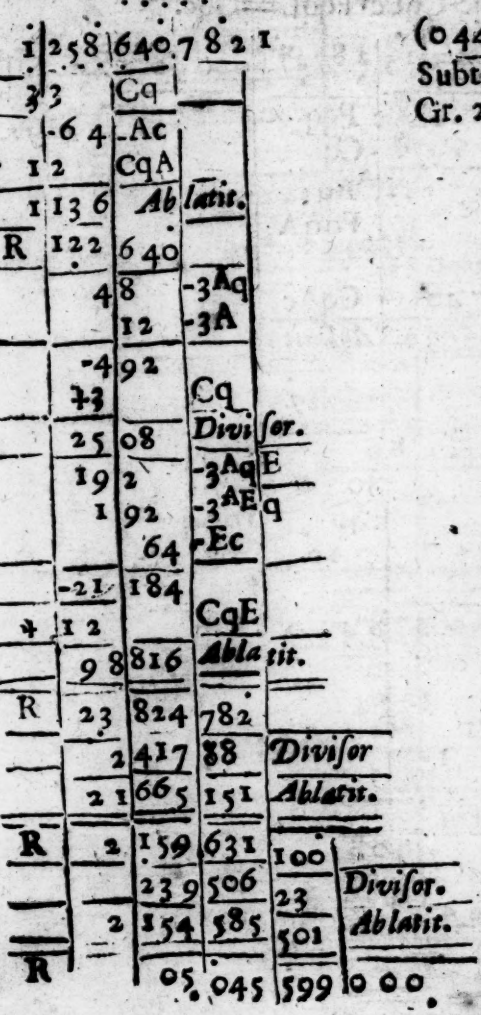


Exemp. XV.

Exemplum XV. Trisectionis.

3l − 1c = 1|258640782100 CqL − Lc = Dc.

1	258	640	782	1	(0 4499 Subtensa Gr. 26.
3	3	Cq			
	-64	-Ac			
+ 1	2	CqA			
1	136	*Ab*	*latit.*		
R	122	640			
	4	8	-3Aq		
		12	-3A		
	-4	92			
	+3		Cq		
	25	08	*Divi*	*sor.*	
	19	2	-3Aq	E	
	1	92	-3AE	q	
		64	-Ec		
	-21	184			
+	12		CqE		
	98	816	*Abla*	*tit.*	
R	23	824	782		
	2	417	88	*Divisor*	
	21	665	151	*Ablatit.*	
R	2	159	631	100	
		239	506	23	*Divisor.*
	2	154	585	501	*Ablatit.*
R		05	045	599	000



Exem. XVI.

Exemplum XVI. Quinquisectionis.

1qc-5c+5l = 1,147152872702092

Lqc-CqLc+FqqL = Gqc.

	1	147152	28727	020902
+	5		Fqq	
	-5		-Cq	
		32	Aqc	
	10		FqqA	
+	11	00032		
		-40	CqAc	
		96032	*Ablatit*	
R		18683	28727	
		80		5Aqq
			80	10Ac
			40	10Aq
			10	5A
	5			Fqq
		+5008	8410	
		60		-Cq3Aq
		30		-Cq3A
			5	-Cq
		-630	5	
		+4378	3410	*Divisor*
		320		5AqE
		1280		10AEq
		256	0	10AqEc
			2560	5AEqq
			1024	Eqc
		20		FqqE
+		20039	62624	

(02437
Subtensa
Gr. 14.

	240		-Cq3Aq	E
	480		-Cq3AE	q
	320		CqEc	
	29120			
	17135	62624	*Ablatit.*	
R	1547	66103	02092	
	414	9122		*Divisor.*
	1242	64912	09443	*Ablatit.*
R	305	01120	92649	00000

Nota

Nota in Exempla precedentia.

IN Exemplis Sectionum 26 & 28, Numerum Justum voco eum, qui oritur ex applicatione potestatis Resolvendæ ad gradum lateris suppositi, per quem facta est Depressio. Hæc enim mensura est, cui reliquæ species omnes legitimè aggregatæ, deberent esse æquales. Ut in Exemplo 1o Sectionis 26, 1c + 238 6 − 7|2q=l) 8725. Si pro latere primo supponatur 5: Oportet esse C: 5: + 238|6 − 7|2Q:5:=8725 divisum per 5: hoc est 125+238|6 −(7|2×25) 180, nempe 183|6 æqualem esse 174|5 Justo. At major est: ideoque latus verum minus est quàm 5. Supponatur igitur iterùm 4: Et periculum fac, an C:4:+238|6 7|2Q: 4: æquetur 872|5 diviso per 4.

Cæterùm nè in his Exemplis, sicut etiam in sequentibus, tentamenta hæc casu merè fortuito suscipiantur; Monendum erit.

Primò, si lateris eruti homogenea potestas excedat potestatem Resolvendam; vel, si magnitudines augentes potestatem Resolvendam, excedant eas quæ imminuunt: Latus A verum minus (ut plurimùm) erit latere eruto: Sin aliter, majus. Ut in hac Æquatione, 124260000l=180931713.

Secundò, Si Divisores sub eodem signo cum Reliquo potestatis Resolvendæ, excedant eos, qui sunt sub signo diverso: Latus E verum (ut plurimum) minus erit quam Quotus: sin aliter, majus: Ut in hac Æquatione,

tione, 1568 l — 1c = 2 1952. Idem etiam accidit in Æquationibus ambiguis, quando Reliquum potestatis Resolvendę est affirmativum: ut in hac Æquatione, 6768 l — 1c = 14273. Harum trium Æquationum solutio in praxi, post Notas ostendetur.

Tertiò, Si post hæc Monita, nihilominus subsit dubitatio; tentamentum à 5 commodissimè erit inchoandum: Atque inde per numeros impares continuanda inquisitio: sive ea per Depressionem fiat, sive per Logarithmos.

His præmonitis, restat ut Exempla ipsa discutiamus.

Ad Exempl: I. √qc 1703 est 4 †, per Sect: 18, Reg: 1. Nam ut ex Sect: 7. apparet, per Coëfficientes Analyticè reductos, non fit in primo puncto notabilis immutatio. Quare latus A verum erit 4.

Latus E verum minus est quàm Quotus 9: quia Divisores sub signo † (quod signum est ipsius Residui) excedunt eos qui sunt sub signo —.

Ad Exempl: II. 42) 247 (6 —, per Sect: 18, Reg: 2. Nam 42 Analyticè reductus, per Sect: 6 & 8, fit 252: major quàm 247. Eliqué Latus A verum minus quàm 6; quia C: 6 —: excedit 247 6.

Ad Exempl: III. 10) 247 (24 † = Q: 5 —: per Sect: 18, Reg: 2. At 10 Q: 5: = 250 — 247 6. monit: 1.

Ad Exempl: IV. √c 4413 est 3 †, per Sect: 18, Reg: 3. Quare latus A verum est 3.

Latus E verum minus est quàm Quotus 8 —, per Monit: 2.

Ad Exempl: V. $\sqrt{q12\frac{1}{4}}$ est $3\frac{1}{2}$, per Sect: 18, Reg: 3. Quare latus A verum est 3.

Latus E verum minus est quam Quotus $9\frac{1}{2}$, per Monit: 2.

Ad Exemp: VI. Coëfficiens lateralis $\frac{1}{4}$ Quadrato-quadratice multiplicatus, & auctus $6\frac{1}{2}$, fit $140\frac{1}{16}$, QQ: $3\frac{1}{4}$: per Sect: 18, Reg: 4. Quare latus A verum est 3.

Latus E verum minus est quam Quotus $9\frac{1}{2}$, per Monit: 2.

Ad Exempl: VII. $\sqrt{c77}$ est 4, per Sect: 18, Reg: 3. Quare latus A verum est 4.

Ad Exempl: VIII. $\sqrt{q32}$ est $5\frac{1}{65}$, in 32 fit $180\frac{8}{65}$ mi $46\frac{5}{65}$, restat $144\frac{3}{65}$, C: 5: per Sect: 18, Reg: 4. At 144 excedit $46\frac{5}{65}$. Quare Latus A verum minus est quàm 5, per Monit: 1.

Latus E verum minus est quàm Quotus 10, per Monit: 2.

Ad Exempl: IX, XI, XIII. Solutio facillima est per Divisionem, juxta Sect: 18, Reg: 3.

Ad Exempl: X. C: 5: est 125, mi 13, restat $112\frac{1}{2}$, C: $5\frac{1}{2}$: per Sect: 18, Reg: 4, At 112 excedit 13, Quare latus A verum minus est quam 5, per Monit: 1.

Latus E verum minus est quàm Quotus 12, per Monit: 2.

Ad Exempl: XII. $\sqrt{q6}$ est $2\frac{1}{2}$, in 6 fit 12, mi 1, restat 11, C: $2\frac{1}{2}$ per Sect: 18, Reg: 4. At 11 excedit 1. Quare latus A verum paulò minus quam $2\frac{1}{2}$, per Monit: 1.

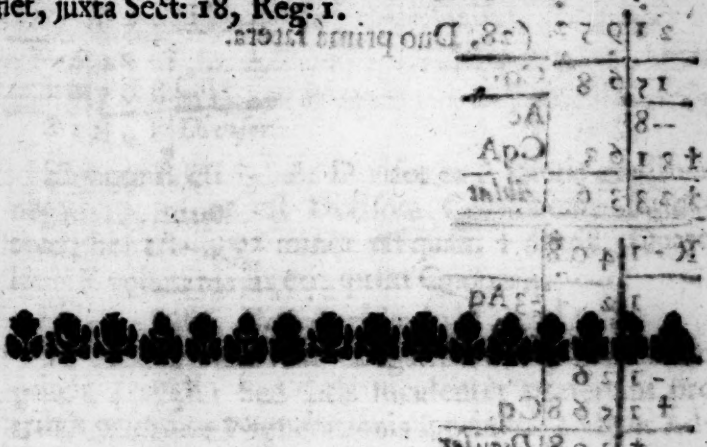
Latus E verum minus est quàm Quotus 5-, per Monit: 2.

Ad

Ad Exempl: XIV. QQ: 7 2: est — 2687. Et √c238 6 est 6 2, cujus QQ est + 1480. Tum — 2687 + 1480 = — 1207: His additus ad 872, dat 2079, QQ: 6 +: per Sect: 18, Reg: 4. Et quia adjectitius — 2687 major est quam ablatitius + 1480, erit latus A verum minus quàm 6, per Monit: 1.

Latus E verum minus est quam Quotus 9, per Monit: 2.

Ad Exempl: XV, XVI, Quia in utroque Æquationis ambiguæ Radix minor quæritur, nec obstant Coëfficientes etiam reducti, Analysis per Divisionem fiet, juxta Sect: 18, Reg: 1.



Praxis Exempli in Monito primo.

1c+26|0000=180931713.

180|9 (4, latus A

26|0 Cq.

√q26 est 5, in 26 fit 130, tollatur ex 180, restat 50, C:3+: qui minor est quam 180. Quare latus A verum majus est quàm 3.

Praxis Exempli in Monito secundo.

1568|-1c=21952.

21	952	(28, Duo prima latera.
15	68	Cq.
--8		Ac
+31	63	CqA
+23	36	*Ablat*
R-1	408	
1	2	-3Aq
-1	26	
+1	568	Cq
+	308	*Divisor*

Signum R est-. At -1|26 minor est quam +1|568. Quare latus E verum majus est quam Quotus 4.

Praxis

Praxis Exempli posterioris in Monito secundo.

67681 - 1 = 214273

214	273	(47, Duo prima latera.
67	68	Cq
-64		-Ac
+270	72	CqA
+206	72	*Ablat*
R +7	553	
4	8	-3Aq
	12	-3A
-4	92	
+6	768	Cq
+1	848	*Divisor*

Signum R est +. At Divisor ex A lateris gradibus negativus, minor est Divisore Coëfficiente affirmativo; hoc est--4\92 minor est quam +6\768. Quare latus E verum majus erit quam Quotus 4.

De Logarithmis.

In Sectione XXVII. *L*ogarithmorum doctrinam paucis tradidi: Sed satis luculentèr præsertim pro tribus prioribus Numerationis speciebus, scilicet Additione, Subductione, & Multiplicatione.

Operatio quidem in Addendo & Subtrahendo, si Indices sint affirmativi, à communi integrorum viâ nihil differt: parum etiam si sint negativi, ut ex his Exemplis apparet, Inventio

Inventio fractionum { 13. 1, 11394. / 17. 1, 23045. } Log: 1, 88349

Eus { 15. 1, 17609 / 32. 1, 50515 } Log: 1, 67194

Additio.

Ad	1, 88349
adde	1, 67194
Sum	1, 55543

Subductio.

Ex	1, 88349
tolle	1, 67194
Rest	0, 21155

Multiplicatio.

Lateris	0,00064
	3×3, 80614
Cubus	7, 41842

Lateris	0,00064
	2×3, 80614
Quadr:	5, 61228

Divisionis Logarithmi Indicem habentis negativum, per 2, 3, 4, 5, &c. difficultas constat inquisitione Indicis Quoti. Cui rei hæc inservit Tabella.

Divisores.			
2)	1 . 2	1	
	3 . 4	2	
	5 . 6	3	
	7 . 8	4	
3)	1 . 2 . 3	1	
	4 . 5 . 6	2	
	7 . 8 . 9	3	
&c			
4)	1 . 2 . 3 . 4	1	
	5 . 6 . 7 . 8	2	
5)	1 . 2 . 3 . 4 . 5	1	
	6 . 7 . 8 . 9 . 10	2	
	40 . 30 . 20 . 10 . 0		

In

In hâc Tabella Divisores sunt à sinistrâ intra lineam flexam.

Tum versus dextram sequuntur Logarithmorum dividendorum Indices negativi.

His in singulis ordinibus collaterales adstant Quotorum Indices etiam negativi.

Subtùs autem qui scribuntur numeri, 0, 10, 20, 30, 40, Ostendunt numeros addendos primæ figuræ Logarithmi dividendi, cujus Index negativus invenitur supra in eâdem columnâ, juxta Divisorem. Ut si Logarithmus $\bar{7}$, 41842 postuletur dividi per 3 : Quæratur $\bar{7}$ juxta 3) dabiturque collateralis $\bar{3}$, pro Indice Quoti : Et numerus 20 subtùs ; qui additus figuræ dividuæ primæ 4, reddit ipsum 24 : in quo Divisor 3 octiès continetur.

Divisio.

3) $\bar{7}$, 41842	2) $\bar{5}$, 61228
Latus $\bar{3}$, 80614	Latus, 3, 80614

FINIS.

ELEMENTI DECIMI

EUCLIDIS

DECLARATIO.

Nec non

De SOLIDIS REGULARIBUS

TRACTATUS.

Authore

GUILELMO OUGHTREDO

ANGLO.

OXONIÆ,

Typis *LICHFIELDIANIS*, Acad.

Typog: 1662.

ELEMENTI DECIMI

EUCLIDIS

DECLARATIO.

Nec non

De SOLIDIS REGULARIBUS

TRACTATUS.

Auctore

GULIELMO OUGHTREDO

ANGLO.

OXONIÆ,
Typis LICHFIELDIANIS, Acad.
Typogr. 1683.

Notæ seu Symbola quibus in Sequentibus utor :

Æquale =. Simile *Sim.*
Majus ⊏. Proxime majus ⊏~.
Minus ⊐. Proxime minus ⊐~.
Non majus ⊏̸. Æquale vel minus ⊏=.
Non minus ⊐̸. Æquale vel majus ⊐=.
Proportio, sive ratio æqualis ::
Major ratio :.. Minor ratio ::. .
Continuè proportionales ∴ .
Commensurabilia ⊏⊐.
Incommensurabilia ⊏⊐̸.
Commensurabilia potentiâ ⊏⊐~.
Incommensurabilia potentiâ ⊏⊐̸~.
Rationale, ῥητὸν, R, vel ῥ.
Irrationale, ἄλογον, ἄ.
Medium sive mediale *m*.
Linea secta secundum extremam } *s*
& mediam rationem }
Major ejus portio *s*.
Minor ejus portio *r*.
Z est A + E. ℨ est a + e.
X est A-E ℵ est a-e

Z est Aq+Eq. ℨ est aq+eq.
X est Aq-Eq. ℵ est aq-eq.
Æ est AE Erectang. æ est a e rectangulum.
▯ rectangulum. □ quadratum.
△ Triang. ♃ latus, sive radix.
ꝟ media proportionalis.

est differentia duarum magnitudinum, ut B-C significet vel B-C, vel C-B. in 113, 114 e 10.

ELEMENTI

ELEMENTI DECIMI EVCLIDIS

Declaratio.

AD def: 1. Eandem mensuram duas magnitudines metiri, tum dicit, quando ipsarum quoti mensuras certas, & veris numeris explicabiles habent. Commensurabiles igitur magnitudines sunt, quarum ratio in veris numeris dari poterit: quales sunt in genere quadratico, radices quadratæ planorum similium: & in genere cubico, radices cubicæ solidorum similium. Exempli gratiâ, in planis 18 & 50, nempe 3×6, & 5×10, similibus (est enim 3.6::5.10) √q 18, & √q 50 sunt latera cõmensurabilia; quia divisa per √q 2 maximam eorum communem mensuram, dant √q 9 & √q 25, hoc est 3 & 5. Sunt igitur √q 18 & √q 50 in ratione 3 ad 5. Quippe 18 & 50 sunt ut Q. Q.

Ad def: 2. √q 12 & √q 64 sunt latera incommensurabilia: nam quamvis ad minores terminos poterint reduci per √q 4 maximam eorum communem mensuram; fientque √q 3 & √q 16: non ta-

men dicuntur commensurabilia; quia non sunt ut numerus ad numerum. Est enim √ q 3 numerus non verus, sed surdus. Quippe 12 & 64 non sunt ut Q. Q.

Ad def: 3. At vero linearum sive laterum √ q 12 & √ q 64, quadrata 12 & 64 sunt commensurabilia; quia area 1 utrumque metitur: nam area 12, aream 1 continet duodecies; & area 64, ipsam aream 1, continet sexagies & quater. Quare quadrata illorum laterum sunt in ratione 12 ad 64. Atque hinc sequitur, quod omne latus surdum generis quadratici numero rationali, sive vero cuicunque, potentiâ est commensurabile: modo si intelligantur ejusdem esse generis sive dimensionis: At si unum ex iis intelligatur esse latus sive linea, & alterum planum sive superficies, non erunt commensurabilia potentiâ.

Ad def: 4. Sunt igitur lineæ potentiâ incommensurabiles diversorum generum: nempe una lateralis, altera quadratica; vel una quadratica, altera quadratoquadratica. Exempli gratia, laterum √ q 3 & √ q 2 quadrata sunt 3 & 2: & inter ipsa planum medium proportionale √ q 6. Quare plana sive potentiæ 3 & 2 incommensurabilia sunt ad planum √q6. Ideoque ipsorum latera √q3 & √q 2 ad √qq6 sunt incommensurabilia etiam potentiâ.

√q3. √q2.
3. √q6. 2.
√q3. √qq6. √q2.

Atque hujusmodi media proportionalia tum plana, tum latera, Euclides postea media sive Medialia nuncupat.

Ad def: 5. Si linea proposita vero numero sit explicabilis; omnes lineæ veris numeris explicabiles sunt

ſunt ipſi commenſurabiles. Si verò linea propoſita ſit latus ſurdum, puta $\sqrt{q3}$, linea illi quacunque ratione commenſurabilis invenitur per proportionem. Ut ſi ratio data ſit 2 ad 5 : Dic 2. 5 :: $\sqrt{q3}$. $\sqrt{q\frac{15}{2}}$.

Dicitur ῥητὴ, ſive rationalis, linea vero numero explicabilis; ratione cujus aliæ lineæ ad ipſam comparatæ, conſiderantur vel commenſurabiles vel incommenſurabiles, idque longitudine vel potentiâ.

Atque his bene perſpectis, reliquæ definitiones nihil habebunt difficultatis.

Sequuntur Lemmata.

1. Rectangulum ſub ☿ & ☿ eſt ☿. Nam irrationalium aggregatio quantacunque non mutat ſpeciem.

2. Si linea Z ſecetur inæqualiter in A & E, erit Z-2AE=Xq. Et Z+2AE=Zq.

3. Si linea Z componatur tum ex A+E, tum ex a+e: erit Z-=2б-2Æ. Nam Z+Æ=$\frac{3}{4}$+9æ.

Item, ſi linea X conſtituatur tum ex A-E, tum ex a-e: erit Z-$\frac{3}{4}$=2Æ-2æ Nam Z+2Æ=$\frac{3}{4}$.2æ.

4. A.E::Aq. Æ::Æ. Eq.

5. Si A & E ſint ☿: erunt 1°, Aq, Eq, Z, X, □: ideoque ſimul ☿ vel ♂.

Erunt 2°, Aq, Eq, Z, X, □ 2Æ. per 4.

Erunt 3°, Z, 2Æ, Zq, Xq □

Erunt 4°, X, 2Æ, Zq, Xq □. Nam Zq=Z+2Æ: & Xq=Z--2Æ. & Zq=4Æ+Xq.

6. Si A & E ☿, erunt Aq, Eq, Zq, Æ, Z, X, Xq ☿.

Propositiones Elementi X.

9. Novem priores propositiones docent lineas commensurabiles esse, ut numerus ad numerum, atque ideo eorum quadrata esse, ut quadratus numerus ad quadratum numerum. In incommensurabilibus autem contra esse. Earum enim quadrata non sunt ut Q.Q. √q45 & √q20 sunt lineæ commensurabiles, quia ipsarum quadrata 45 & 20 sunt ut 9 & 4, numeri quadrati, quorum radices sunt 3 & 2, sunt igitur √q45 & √q20 in ratione 3 ad 2.

Coroll: ad 9. Lineæ □ sunt eitam ▱ at non contra. Sed lineæ □ non sunt idcirco ▱.

10. Si sit B.C::D.F. sintque B, C ▱ vel □: etiam D, F □ vel □ erunt.

12. 14. Si B. □ C, & C, D □ vel □, etiam B, D □ vel □ erunt.

13. Si B □ D; & C □ D: erit B □ C.

Coroll: ad 14. Si B ▱ C; at B □ D, & C □ F: erit D □ F.

16. 17. A, E, Z sunt simul □ vel □.

11. Invenire B, D □: & B, C ▱. Sumantur duo aliqui numeri 3 & 2, qui non sint ut Q.Q. fiatque 3.2::B.F: Item B.D::B.D.F. Quare B.F::Bq. Dq. At B, F non sunt Q.Q: ideoque nec Bq. Dq. sunt ut Q.Q. Ergo B, D □ per 9.

Iterum fiat B.C::C.D: sunt igitur Bq, Cq □: quare B, C ▱. √q3. √qq 6. √q2.

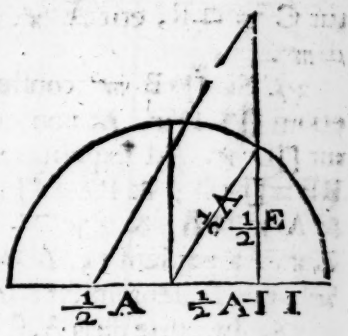
Coroll: ad 11. ⋔ inter duas □, est utrivis ipsarum ▱; & ⋔, si alterutra ex iis fit ⋔.

15. Si sit A, E::a. e. & sit A ▱ √q: Aq-Eq; scil,

X.

X: erit etiam a ⊓ √q: aq-eq: scil ♉. Nam Aq. Eq::aq. eq:quare Aq. Aq-Eq::aq.aq-eq. Ergo per 19.

18. 19. Si sint duæ lineæ A & E: adplicetur autem ad A rectangulum æquale quadrato semissis E, deficiens figura quadrata: hoc est, dividatur A in duas partes A-I & I, sic ut □^{m} segmentorum æquetur □^{o} $\frac{1}{2}$E; nempe AI-Iq=$\frac{1}{4}$Eq. & sint segmenta A-I & I ⊓. Erit etiã A ⊓ √q:Aq-Eq. & conversè:& contra. Nã per 47 e 1, $\frac{1}{4}$Aq-$\frac{1}{4}$Eq=Q: $\frac{1}{2}$A-I: quare √q:Aq-Eq: est A-2I. At per 16 & hypoth. A-2I, & A sunt ⊓.



22. 23. Ex A, E ♈ ⊔ fit Æ ♈, scil. ♏: & √q Æ, est ♈ & ♏, (vide annotata ad def. 4.) Nam A. E :: Aq. Æ. quare Æ ⊓ Aq ♈, erit ♈. Est etiam Æ ♏. Nam si A sit √q3, & E √q2; erit Æ √q6 planum, cujus radix est √qq6. At vero tum quadrata 3, √q6, 2; tum ipsorum radices √q3, √qq6, √q2. sunt ∺ & in neutris medius terminus est ejusdem rationis sive commensurationis cum suis extremis, sed utrique incommensurabilis.

24. Si B sit ⊔ saltem ipsi C ♏, erit etiam B ♏. Nam ad expositam R per 23, fiat RD=Cq ♏, & RF=Bq. Quare RD ⊓ RF: ideoque F, D ♈ ⊓. Est autem per 23. R ⊓ D: idcirco etiam R ⊓ F. Ergo Bq ♏: atque ipsa B ♏.

20. 21. 25. Ex A, E ♈ ⊓, fit Æ similiter ♈: & conversè

versè. Et ex A, E ☍ □, fit Æ ☍: & conversè. Nam A.E::Aq. Æ. At Aq est ☽ vel ☍. ergo & Æ similiter ☽ vel ☍, per 24.

26. Ex A, E ☍ ☐, fit Æ ☽ vel ☍. Nam ad expositam R, fiat RB = Aq: & RC = Æ: & RD = Eq. Sunt igitur B, D, ☽ □, per 23. Et quia C est m∴ inter B & D erit Cq ☽ ideoque & ipsa C ☽. Si igitur C ☽ □ R, erit Æ ☽. Si vero C ☽ □ R, erit & Æ ☍.

27. Si □mB ☍ constet ex □o C ☍, □D: erit etiam □m D ☽. At non conversè. Nam aliter fingatur □D ☽. Ad expositam R fiat RA = □mC ☍; & RE = □m D; & RZ = □B ☍. Erit igitur Z ☽ □ R: & A ☽ □ R: & E ☽ □ R. Quare A, E ☽ □. Estque Z ☽. At per lem: 5. Z □ Zq. Est igitur Zq ☽, & Z ☽: quod ostensum est falsum. Ergo.

28. Invenire duas A, E ☍ ☐, ita ut Æ sit ☽. Sumantur B, C ☽ ☐: fiatque B. A::A.C::C.E. Dico Io, A, E ☍: Nam Aq = BC ☍, per 22. estque B.C:: A.E. Dico IIo A, E ☍ ☐: Nam B. C::A. E. Quare per 24. Dico IIIo Æ ☽: Nam AE = Cq ☽.

29. Invenire duas A, E ☍ ☐, ita ut Æ sit ☍. Sumantur B, C, D ☽ ☐: fiatque B.E::D::A.C. Dico Io; A, E ☍: Nam Eq = BD ☍. Dico IIo, A, E ☍ ☐: Nam D.C::E.A. Dico IIIo, Æ ☍: Nam AE = BC ☍.

Exemplum pro 28. B 2. C √q 3. A √qq 12. E $\sqrt{qq\frac{27}{4}}$. AE 3.

Exemplum pro 29. B √q 5. C 2. D √q 3. E √qq 15. A $\sqrt{qq\frac{80}{9}}$. AE √ 20.

30. Invenire duas A, E ☽ ☐, ita ut A □ sit √qX.

Suman-

Sumantur duo numeri quadrati aq, eq; ita ut aq-eq non ſit Q. Tum expoſitâ A ⊼, fiat aq. aq-eq:: Aq-Eq. Erit igitur etiam aq. eq:: Aq. X., per 19 e 5.

Dico 1°, A,E ⊼ ⊓: Nam Aq, Eq non ſunt ut Q.Q.

Dico II°, A ⊔ √ qX: Nam ſunt ut Q.Q.

Exemplum pro 30. Aq & aq ſunt 9. eq & X. 4.

31. Invenire duas A, E ⊼ ⊓, ita ut A ⊔ √ qX. Sumantur duo numeri aq, eq, quadrati; ita ut aq+eq non ſit Q. Tum expoſita A ⊼, fiat aq+eq. aq:: Aq. Eq. Erit igitur aq+eq. eq:: Aq X., per 19 e 5.

Dico Io, A, E ⊼ ⊓: Nam Aq, Eq non ſunt ut Q. Q.

Dico IIo, A ⊔ √ qX.: Nam Aq, X. non ſunt ut Q.Q.

Exemplum pro 31 aq & eq 4. eq & X. 1.

32. Invenire duas A, E ⊼ ⊓, ita ut Æ ſit ⊼; & A ⊔ √ qX. Sumantur per 30, duæ a, e ⊼ ⊓, ita ut a ⊔ √q: aq-eq. fiatque a. A::A. e::e. E. Dico 1°, A,E ⊼ ⊓, per 22 & 24. Nam Aq = ae ⊼: & a.e:: A. E, ⊓. Dico II°, Æ ⊼: Nam AE = eq ⊼. Dico III°, A ⊔ √ qX., per 15. Nam a ⊔ √q: aq-eq. Exemplum a 2. e √q 3. A √qq 12. E √qq $\frac{27}{4}$.

Quod ſi per 31, Sumerentur a,e ⊼ ⊓; ita ut a ⊔ √q: aq-eq: Inventæ fuerint A,E ⊼ ⊓, ita ut Æ ſit ⊼, & A ⊔ √ qX.

Exemplum a √q 5. e 2. A √q 20. E √q $\frac{64}{5}$.

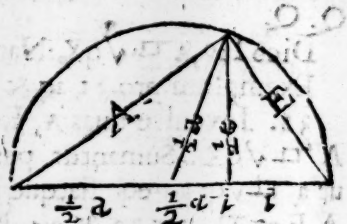
33. Invenire duas A, E ⊼ ⊓, ita ut Æ ſit ⊼; & A ⊔ √ qX. Sumantur per 30, duæ a, e ⊼ ⊓; ita ut a ⊔ ſit √q: aq-eq: & ſumatur i ⊼ ⊓ utrique a,: fiatque a. A::A. i::e. E. Dico 1°, A, E ⊼ ⊓: Nam Aq = a i ⊼: Eſtque a. e::A. E. Dico 11° Æ ⊼. Nam AE = ie ⊼. Dico 111°, A ⊔ √ qX.: Nam a ⊔ √q: aq-eq: quare per 15. Exem-

Exemplum a 2. e $\sqrt{q}$ 5. i $\sqrt{q}$ 2. A $\sqrt{qq}$ 8. E $\sqrt{qq}\frac{2}{5}$. Quod si per 31, sumerentur a, e ♈ ♋, itaut a ⊏ $\sqrt{q}$: aq-eq: *I*nventæ fuerint A, E ♍ ♋, ita ut Æ sit ♍: & A ⊏ $\sqrt{q}$X.

Exemplum, a $\sqrt{q}$ 5. e 2. A $\sqrt{qq}$ 20. E $\sqrt{qq}\frac{16}{5}$.

Præparatio ad propositiones 34, 35, 36, demonstrandas in tribus lemmatibus.

Lemma primum. Si ad a adplicetur rectangulum æquale Q. $\frac{1}{2}$e, deficiens figura quadratâ: divisâ scil. a in a-i & i; ita ut a-1. $\frac{1}{2}$e:: $\frac{1}{2}$e. i. Erit $\frac{1}{2}$ a.i = $\sqrt{u}$: $\frac{1}{4}$aq. $\frac{1}{4}$eq: sicut in schemate apparet, Atq; per hanc interpretationē, a-i = $\frac{1}{2}$a + $\sqrt{u}$: $\frac{1}{4}$aq. $\frac{1}{4}$eq. & i = $\frac{1}{2}$a - $\sqrt{u}$: $\frac{1}{4}$aq - $\frac{1}{4}$eq. Et quia Aq = Q. a i. + $\frac{1}{4}$eq. & Eq = iq + $\frac{1}{4}$eq. Nempe Q. $\frac{1}{2}$a ± $\sqrt{u}$: $\frac{1}{4}$aq - $\frac{1}{4}$eq: + $\frac{1}{4}$eq. Hac adhibita interpretatione



Erit A = $\sqrt{u}$: $\frac{1}{2}$aq + $\sqrt{u}$: $\frac{1}{4}$aqq - $\frac{1}{4}$aqeq.

Et E = $\sqrt{u}$: $\frac{1}{2}$aq -- $\sqrt{u}$: $\frac{1}{4}$aqq - $\frac{1}{4}$aqeq.

Nam in quadratione lineæ $\frac{1}{2}$a ± $\sqrt{u}$: $\frac{1}{4}$aq - $\frac{1}{4}$eq. Z est $\frac{1}{4}$aq + $\frac{1}{4}$aq -- $\frac{1}{4}$eq. Et Æ est $\sqrt{u}$: $\frac{1}{16}$aqq - $\frac{1}{16}$aqeq: quod duplicatum fiet $\sqrt{u}$: $\frac{1}{4}$aqq - $\frac{1}{4}$aqeq. huic si adjungatur + $\frac{1}{4}$eq; abolebitur alterum - $\frac{1}{4}$eq.

Lemma secundum: a--i:i::Aq.Eq, ⊏.

Nam a.A:: A.a--i } Quare { a.a--i::aq. Aq.
Et a. E::E.i } { a. i::aq.Eq.

Lemma tertium: a.A::E.$\frac{1}{2}$e.

34. *I*nvenire duas A, E ♋, ita ut Z sit ♈, & Æ ♍. Sumantur per 31, a, e ♈ ♋, ita ut a ⊏ $\sqrt{q}$: aq-eq:

&

& ex ipsis inveniantur A,E, Sicut in *Lem. pri.*

Dico 10 A,E ▭: Nam per *Lem. sec.* Aq, Eq □.

Dico 110 Z ⊿: Nam in 31, A,E (quibus hic respondent a,e) sunt ⊿ ▭.

Dico 1110, Æ⊿. Nam per *Lem. tert.* AE=½ a e ⊿.

35. Invenire duas A,E ▭, ita ut Z sit ⊿, & Æ ⊿. Sumantur per 32, a,e ⊿ ▭, ita ut æ sit ⊿, & a □ √q: aq-eq: Et ex ipsis inveniantur A, E, sicut in *lem. pri.*

Dico 10 A,E ▭, per *Lem. secun.*

Dico 110, Z ⊿, per 32.

Dico 1110, Æ ⊿: Nam per *lem. tert.* AE=½ a e ⊿.

36. Invenire duas A,E ▭, ita in Z & Æ sint ⊿. Sumantur per 33, a,e ⊿ ▭, ita ut æ ⊿, & a □ √q- aq--eq. & ex ipsis inveniantur A, E, sicut in *Lem. pri.*

Dico Io, A,E ▭, per *lem. sec.*

Dico IIo Z ⊿, per 32.

Dico IIIo, Æ ⊿: per *lem. tert.* Consulatur etiam Schema pro hisce tribus propositionibus.

Coroll: ad 36: Hinc inveniri possunt duæ lineæ ⊿ ▭, scil. √qZ, & √qÆ.

Principium Senariorum per Compositionem.

37. Si sumantur a,e ⊿ ▭: tota a + e hoc est Z, erit ⊿; vocaturque *Binomium*, scil. A Bin. *1.* Nam per lemma 5, Zq □ Z⊿.

2 + √q3. Cujus Q: est 7 + √q48.

38. Si sumantur a,e ⊿ ▭ (per 28) ita ut æ sit ⊿,

tota

tota ʒ erit ℔; vocaturque *Bimedale* prius, scil: ♃ Bin: II. Nam per lemma 5, ʒq □ æ ℔.

√qq12 + √qq $\frac{27}{4}$. Cujus Q: est √q $\frac{147}{4}$ + 6.

39. Si (per 29) summantur a, e ♂ □, ita ut æ sit ♂: tota ʒ erit ℔; vocaturque *Bimediale* posterius, scil: ♃ Bin: III. Nam ʒq, hoc est ʒ + 2 æ, est ℔. Nam exposita R, fiat RT = ʒq; & RP = ʒ ♂, per 16 & 24: Erit RT-RP = 2æ. Sunt autem per lem: 5, RP & RT-RP ♂ □, Quare P, T-P ℔ □ ad R. Et per 37, T est ℔. Et per lem: 1, RT hoc est ʒ q ℔.

√qq $\frac{80}{3}$ + √qq 15. Cujus Q: est √q $\frac{145}{3}$ + √q80.

40. Si (per 34) sumantur a, e □ ita ut ʒ sit ℔, & æ ♂; tota ʒ erit ℔; vocaturque Major, scil: ♃ Bin: IV. Nam per lem: 6, ʒq □ ʒ ℔. √u: $\frac{5}{2}$ + √q $\frac{5}{4}$. pl: √u: $\frac{5}{2}$ - √$\frac{5}{4}$. Q. est 5 + √q 20.

41. Si (per 35) sumantur a, e □, ita ut ʒ, sit ♂, & æ ℔; tota ʒ erit ℔, vocaturque *Potens rationale & mediale*, scil. ♃ Bin: V. Nam per lem. 6, ʒq □ æ ℔.

√u: √q5 + 1: pl: √u: √q5 - 1. Q. est √q 20 + 4.

42. Si (per 36) a, e □, ita ut ʒ & æ sint ♂ □; tota ʒ erit ℔, vocaturque *Potens duo mediale*. Scil. ♃ Bin. VI. Nam ʒq, hoc est ʒ + 2 æ est ℔. Exposita enim R, fiant RT = ʒq, & RP = ʒ. erit RT-RP. = 2æ. Sunt autem RT. & RT-RP ♂ □ Quare per 22, P, T-P ℔ □ ad R. Et per 37 T est ℔. Et per lem. 1, RT hoc est ʒq ℔. Ergo ʒ ℔.

√u: √q5 + √q3 pl: √u: √q5 - √q3. Q. est √q20 + √q8.

43. 44. 45. 46. 47. 48. Neque ulla ex dictis sex lineis ℔, ʒ potest dividi in sua nomina a, e, præterquam in uno eodemque puncto. Nam aliter dividatur iterum ʒ in sua nomina A, E. Erit (per lem. 3) Z - ʒ = 2æ-

2Æ.

2Æ. At (per 37 & 40) in ♃ *Bin.* I,IV. Z-ʒ est ♈; & 2 æ-2Æ ♒, per 27. Et (per 38 & 41) in ♄ *Bin.* II, V, Z--ʒ est ♒; & 2æ--2Æ ♈. Quare eadem quantitas erit ♈ & ♈ Quod est absurdum. In ♃ vero *Bin.* III, VI, Quoniam in 39 & 42, si supponatur ♈ʒ dividi in a, e; fiatque RT = ʒq, & RP = ʒ, & RT-RP = 2æ; demonstratum est ♈ T dividi in nomina P, T-P ♈□. Item si iterum supponatur ♈ʒ dividi in A, E, alia nomina; fiatque RT = ʒq, & RS = Z & RT-RS = 2Æ; similiter demonstrabitur ♈ T. dividi iterum in nomina S. & T-S ♈□, diversa ab iis P & T-P. quod est contra priorem partem hujus demonstrationis. Est enim ♈ T *Binomium*.

	Definitiones	&	Proprietates	
	♃ *Binom. & Apotom.*		*Binomiorum & Apotom.*	
I	a, e ♈ ♃ : æ ♒		A□√qX. A □R	♈□
II	a, e ♒ ♃ : æ ♈		A□√qX. E □R	
III	a, e ♒ ♃ : æ ♒		A□√qX. A,E □R	
IV	a, e ♃ : ʒ ♈ : æ ♒		A□√qX. A □R	A.E
V	a, e ♃ : ʒ ♒ : æ ♈		A□√qX. E □R	
VI	a, e ♃ : ʒ & æ ♒ □		A□√qX. A,E □R	

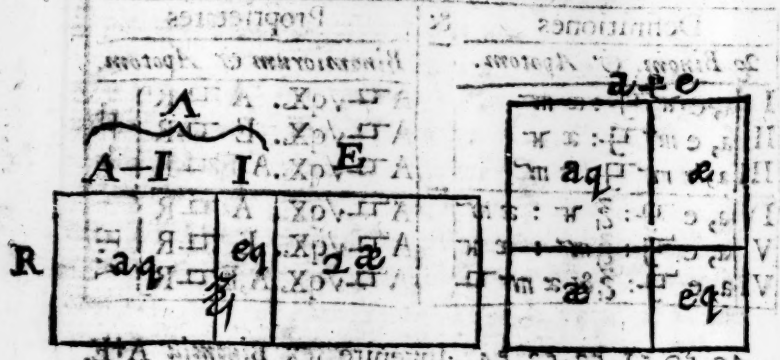
49,50,51,52,53,54. Invenire sex *Binomia* A+E. Sumatur N [9] & dividatur tum in 5 & [4] tum in 6 & 3 & exponatur R. [9] [4] stil: num eri quadrati.

Pro *Bin.* I.IV. Sit A □R; fiatque [9]. ʒ :: Aq. Eq.
Pro *Bin.* II. V. Sit E □R; fiatque ʒ. [6] :: Eq. Aq.
Pro *Bin.* III. VI. Sumatur tertius N 2, qui nec

ad

ad 9, nec ad 5, nec ad 6, ut Q. Q. fiatque 2. (9) :: Rq. Aq ⊓. Deinde (9). $\frac{1}{2}$ :: Aq. Eq: qui non sunt ut Q. Q. Quare in omnibus sex sunt Aq, Eq, ⊓, & A, E ⊓ ⊐. Item quia 9-5=4; & 9-6=3 erit (2. 4) :: Aq. X. ideoque A, √X. ⊓, ⊐.
3

55.56.57.58.59.60. Si singula sex *Binomia* A+E ducantur in expositum R, √q: AR+ER: constituet ordine singulas species 2e *Binom.* Nam (consideratis prius intentè proprietatibus cujusque tum *Binomii*, tum 2e *Bin.* in tabella præmissa) dividatur A in A-I & I, ita ut AI-Iq=$\frac{1}{2}$ Eq. Erit igitur A-I. $\frac{1}{2}$ E:: $\frac{1}{2}$ E. I. fiat etiam aq=AR-IR: & eq=IR.



Probatur 1o; a+e esse √q: AR+ER. Est enim AR-IR. $\frac{1}{2}$ ER :: $\frac{1}{2}$ ER. IR: Item aq. æ:: æ. eq. Quare $\frac{1}{2}$ ER. æ. Ergo Q. a+e: =AR+ER.

Probatur 11o, In tribus prioribus *Binom.* a, e, esse ⊐. Nam quia (per 18) AR-IR ⊐ IR, erit AR-IR

⊐

□AR: at (per *lem.* 5.) AR □ER: ergo Ar-IR □ER: hoc est aq □æ: est autem aq. æ::a.e.

In tribus posterioribus *Binom*: a, e esse □. Nam (per 19) AR-IR,IR, hoc est aq, eq □.

Probatur 111°, In *Binom*: I. a, e esse ⊓. Nam AR-IR,IR, hoc est aq, eq □ sunt AR ⊓.

In *Bin*: II,a,e esse ⌒: Nam quia A-I,I□A□R; Erit AR-IR,IR, hoc est aq, eq ⌒: at a, e □. Item æ esse ⊓: Nam 2æ=ER⊓.

In *Bin*: III, a,e esse ⌒, ut ante. Item æ esse ⊓: Nam ER, hoc est 2æ,⌒, quia E⊓□R.

In *Bin*: IV. aq+eq, hoc est AR, esse ⊓. Nam A⊓□R. Item 2æ, hoc est ER, esse ⌒: ut ante.

In *Bin*: V. aq+eq,hoc est AR,esse ⌒.Nam A⊓□. Item 2æ, hoc est ER, esse ⊓. Nam E⊓□R.

In *Bin*: VI, aq+eq, hoc est AR; Item 2æ, hoc est ER, esse ⌒. Nam A, E⊓□R.

Atque in omnibus his tribus posterioribus liquet a & e esse □, quia aq, eq □.

Consect: Latus quadratum singulorum *Binomiorum* A+E constituet ordine singulas species *& Bin*: a+e. Nam posita R. esse 1, nihil per multiplicationem immutabitur. Unde majus quadratum erit A.I cujus latus est a: & minus I, cujus latus est e. O. ensum autem est ad prop. 34, in lem. pri: A-I esse $\frac{1}{2}$A+√u:$\frac{1}{4}$Aq-$\frac{1}{4}$Eq. Et I esse $\frac{1}{2}$A-√u:$\frac{1}{4}$Aq-$\frac{1}{4}$Eq. Atque hinc patet Analysis *Binomii*: cujus hæc est regula.

Si è quadrato semissis nominis majoris tollatur quadratum semissis nominis minoris: & latus quadratum excessus semissi nominis majoris addatur,

dabit quadratum majus: ſm detrahitur, minus.

Si igitur ſemis nominis majoris, & latus quadratum exceſſus, ſint commenſurabiles, 2ℓ *Bin:* erit bimembre. Si incommenſurabiles, quadrimembre.

61. 62. 63. 64. 65. 66. Si quadratum ex ☍ a+e, 2ℓ *Bin:* aliqua, ad expoſitam R applicetur; latitudinem facit A+*E*, idem *Binomium.* Nam (ſicut in Schemate ad 55) fiat AR+ER=Q: a+e: Et AR-IR=aq. Et IR=eq: ideoque ER=2æ. Probatur 1°.

In tribus prioribus *Binomiis*, A eſſe □ √qX: Nam a, e ⊐; quare AR-IR, IR □. Ergo per 18.

In tribus poſterioribus *Binomiis*, A eſſe ⌐□√qX: Nam a, e ſunt □: quare AR-IR, IR⌐□. Ergo.

Probatur IIo, A,E eſſe ☍⊐, &c. Nam in *Bin:* I. A eſt ☍⌐□R; & E☍⌐□R: eſt enim AR, hoc eſt aq+eq☍. & ER, hoc eſt 2æ⌐□aq+eq, per lem. 5.

In *Bin:* II, E eſt ☍⌐□R: & A☍⌐□R. Eſt enim ER, hoc eſt 2æ☍: Et AR, hoc eſt, aq+eq, □æ, per lem. 5.

In *Bin:* III, A & E ſunt ☍⌐□R: Eſt enim AR, hoc eſt ℨ: & ER, hoc eſt, 2æ, m⌐.

In *Bin:* IV, A eſt ☍⌐□R: & E☍⌐□R: eſt etiam AR, hoc eſt ℨ, ☍; & ER, hoc eſt, 2æ, m⌐. Et

In *Bin:* V. VI, ſimiliter ex proprietatibus eorum poterit argui.

67. Si *Binomio* alicui A+E□ſit B+C; erit etiam *Binomium* ordine idem. Nam fiat A+E. B+C:: A.B::E.C, □, & quia A, E, ☍⊐, etiam B,C ☍⊐. per 14. & 16. Item per 15, Si A, √q: Aq-Eq□ſit vel □: Erit etiam B, √q: Bq-Cq: □ vel ⊐.

68. Si

68. Si in 2ℓ *Bin:* II. III, a+e ⊐ b+c: Erit *Bimediale* ordine idem. Nam fiat a+e. b+c::a.b.::e.c, ⊐. Sunt autem a, e ⌒ ⊐: Ergo b, c, ⌒ ⊐ per 24. Item a. c::aq. æ. Et b.c::bq.bc: quare aq.bq::æ.bc, ⊐. Ergo ſi æ ⊬ ſit vel ⌒; Etiam bc ⊬ vel ⌒ erit.

69. 70. 71. Si in tribus poſterioribus 2ℓ *Bin*: a+e ⊐ b+c: Erit 2ℓ *Bin*: ordine idem. Nam fiat a+e. b+c::a.b.::e.c, ⊐ ſaltem. Sunt autem a, e ⊐. Ergo b, c ⊐. Item quia aq. bq :: eq. cq:: aq+eq. bq+cq, ⊐ ſaltem: Si aq+eq ⊬ vel ⌒; etiam bq+cq. erit ⊬ vel ⌒. Denique quia aq.æ::a.e::b. c::bq.bc; erit aq.bq::æ.bc, ⊐ ſaltem: Si æ ⊬ ſit vel ⌒; etiam bc ⊬ vel ⌒ erit.

72. 73. Si duo ſpacia $\frac{z}{4}$ & 2æ componantur, quorum unum eſt ⊬, & alterum mediale; ſitque ⊬ majus; recta totum ſpacium potens erit 2ℓ *Bin:* I. vel I V. Sin ⌒ majus; recta totum ſpacium potens erit 2ℓ *Bin:* II, vel V. Si vero duo ſpacia ⌒ ⊐ componantur: recta totum ſpacium potens erit 2ℓ *Bin:* III, vel VI. Nam ſi ad expoſitam R adplicetur AR+ER=$\frac{z}{4}$ + 2æ, conjunctim & ſeorſim, nempe AR=$\frac{z}{4}$: & ER =2æ; ſive unum ex ipſis ſit ⊬, & alterum ⌒: ſive utrumque ⌒ ⊐. Clarum erit AR, ER eſſe ⊐; ideoque A, E, ⊬ ⊐. Quare ſi A ⊐ √qX., erit A+E unum ex tribus prioribus *Binomiis*. Si verò A ⊐ √qX., erit A+E unum ex tribus poſterioribus *Binomiis*. Quodcunque autem ex ipſis ſex fuerit; latus illius (quod etiam eſt √u:$\frac{z}{4}$+2æ:) erit 2ℓ *Bin:* ordine idem: per 55. 56. 57. 58. 59. 60.

Principium Senariorum per detractionem.

74, 75, 76, 77, 78, 79. Si ab à majore nomine cujuſvis ♀ *Bin*: auferatur è nomen minus. Reliquum a-e erit ♄, ♀ *Apotome* ejuſdem ordinis: vocaturque *vel Apotome, vel Reſiduum mediale primum, vel Reſiduum mediale ſecundum, vel Minor, vel Cum rotionali totum mediale faciens, vel Cum mediali totum mediale faciens.*

Nam Idem probari poteſt de ♂q, quod de ♃q probatum fuit, in 37, 38, 40, 41. Sed pro ♀ *Apot.* III. vel VI, ad expoſitam R, fiant RP=♂q: & RT=♃: Et RT-RP=2æ. Et reliqua fiant ſicut in 39. & 42. Nam ♃-2æ=♂q.

80, 81, 82, 83, 84, 85. Lineis hiſce ſex ♄ a-e, ♀ *Apot*: una tantum congruit recta linea e, pro minore nomine. Nam aliter conſtituatur linea ♂, nempe a-e, etiam ex A-E. Per lem: 3, Z ♃=2Æ-2æ: At in ♀ *Apot*: I. IV, Z-♃ eſt ♄, & 2Æ-2æ eſt ♂. Et in ♀ *Apot*: II. V. Z-♃ eſt ♂: & 2Æ-2æ eſt ♄ (per 37, 38, 40, 41:) quare eadem quantitas eſt ♄ & ♄: quod eſt abſurdum: In ♀ vero *Apot*: III. VI. Quoniam (ſicut eſt in 45 & 48) Si ſupponatur ♄♂ conſtitui ex a, e; fiatque RP=♂q; RT=♃: & RT-RP=2æ: demonſtratum eſt ♄ P conſtitui ex nominibus T, T-P, ♄♄. Item ſi iterum ſupponatur ♄♂ conſtitui ex A, E, aliis nominibus; fiatque RP=♂q: RC=♃: & RC-RP=2æ. Similiter demonſtrabitur ♄P conſtitui ex nominibus C, C-P (diverſis à T & T-P) ♄♄. Quod eſt contra priorem

rem partem hujus demonſtrationis. Eſt enim ⊬P *Apotome.*

86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111.

demonſtrantur verbatim fere de & ſicut de Z.

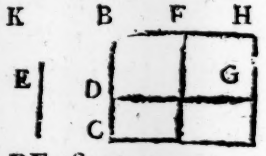
49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73.

112. Eadem linea ⊬ non eſt *Apotome*, & *Binomium.* Nam eſto A *Apotome*, puta 2ℓ *Apot:* I: Expoſita R, fiat R×BC=Aq. quare per 98 & 61, BC erit *Apotome* I; ei congruat CD. Sunt igitur BD, CD ⊬⊐; & majus nomen BD □R. Rurſus ponatur A *Binomium*, puta *Rad:Bin:* I, fiatque R×BC=Aq: Erit per 61 BC *Bin:* I: cujus nomina ſunt BE, CE, ⊬⊐; & BE □R. Sunt igitur & per 16, BD, BE, ED ⊬□: ideoque ED, CD ⊬⊐: quare CE *Apot:* ⊬. At CE fuit & ⊬. Quod eſt abſurdum.

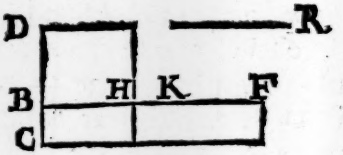
113, 114. Rq applicatum ad *Binomium*, latitudinem facit *Apotomen.* Sed applicatum ad *Apotomen*, latitudinem facit *Binomium.* Utrobique autem nomina ſunt □ proportionalia, & utriuſque ordo idem. Nam in utroque ſchemate, fiat BC×BF =Rq=DC×BH⊬□. Eſt igitur BC.DC::BH.BF Et (BC ~ DC) BD. DC:: (BH ~ BF) FH. BF. His ſic ordinatis,

Pro 113, Eſto *Binomium* aliquod BC, ſcil: BD+DC: fiatque FH-BF. BF:: BF. BK. Eſt igitur (BF

(BF+BK) FK. BK:: FH. BF:: BD. DC, ⌐¬. Quare FK, BK ⌐¬. Item (FK+FH) HK. FK:: (BK+BF) FK. BK, ⌐¬. Et HK. BK:: HKq. FKq:: FKq. BKq □. Unde & per 16, HK, BK, BH □: At BH ⌐¬: quare HK, BK ⌐¬ □: Et FK-BK ⌐¬ ⌐¬. Ergo per def: FK-BK, ſcil. BF eſt *Apotome*.



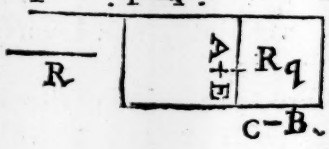
Pro 114. Eſto *Apotome* aliqua BC, ſcil. DC-BD: fiatque FH. BF:: HK. FK:: (FH-HK. BF-FK) FK. BK:: FH. BF:: BD. DC ⌐¬. Quare HK. FK:: FK. BK ⌐¬: Et HKq, FKq □. Unde & per 16, HK, BK, BH □. At BH ⌐¬: Itaque BK ⌐¬, & FK, BK ⌐¬ ⌐¬. Ergo per def: BK+FK, ſcil. FB. eſt *Binomium*.



Secundò DC, BK □: Et BD, FK □. Nam BK □ BH □ DC. Et DC. BK:: BD. FK. Ergo Tertio Proportionalia.

Quarto ſunt in eodem ordine; per 15 & 14.

115. Si *Apotomes* T-P, & *Binomii* A+E nomina ſint □ & proportionalia: Nempe T.A □:: P.E □: Dico □ T-P in A+E eſſe ⌐¬. Nam expoſita R, fiat A+E in C-B = Rq. Eſt igitur C-B *Apotome*; Et A, C □:: E. B □. per 113: Quare



C. T.

C.T□:: C-B. T-P□:: A+E in C-B ⊬. A+E in T-P etiam ⊬. Et √q: A+E in T-P: ⊬.

116. A Mediali M fieri poterunt innumeræ lineæ ⊬, quę nec Mediæ ſunt, nec ullæ ex bis ſenis antedictis. Nam expoſita R, fiat MR; & ſit N=√qMR. Dico N eſſe ⊬, per lem: 1: at nec mediale; per 23: nec ullam ex bis ſenis, per 61,62,63,64,65,66, & 98, 99, 100, 101, 102, 103.

Deinde fiat RN. & ſit O=√q RN: Dico O⊬ nec Mediale eſſe, nec ullam ex bis ſenis illis.

	M	N	O	P
R	RM	RN	RO	

Tertio fiat OR, & ſit P=√qOR: Dico P⊬ eſſe nec Mediale, nec ullam, &c. Et ſic in infinitum. Neque etiam ⊬N, O ſunt eædem. Nam N=√q MR. & O=√qNR: &c.

117: Diameter quadrati eſt lateri incommenſurabilis: Nam alias ſi ſit □; eſto Diameter ad Lâtus, ut numerus D ad numerum L; ſintque minimi termini in eadem ratione: Et ipſorum quadrata ſunt verè numeri quadrati. At verò L non poteſt eſſe 1; quia quadratum diametri ad quadratum lateris eſt ut 2 ad 1: ideoque 2 eſſet numerus verè quadratus. Nec poteſt L eſſe numerus alicuis multitudinis: quia cùm ſit Dq.Lq::2.1; & Lq metiatur Dq; etiam L. metietur D: ideoque D & L non erunt rationis ſuæ termini minimi: Eſt enim numerus multitudinis maxima utriuſque communis menſura.

Finis Elementi decimi EUCLIDIS.

De Solidis Regularibus, *Tractatus.*

1. FIGURA quævis polygona rectilinea dividitur in triangula duobus pauciora, quam est numerus laterum. Nempe quadrangulum dividitur in duo triangula: quinquangulum in tria, &c.

2. Quare si è numero laterum tollatur 2, & reliquus duplicetur: vel si è numero laterum duplicato tollatur 4: habebis *summam angulorum rectorum* in rectilinea quavis figura interius comprehensorum. Sic triangulum intra se continet duos rectos: quadrangulum quatuor, quinquangulum sex: &c.

3. Figuræ autem cujusvis rectilineæ anguli exteriores omnes æquantur quatuor rectis.

4. Quare si quatuor anguli recti dividantur per numerum laterum, sive angulorum: quotus erit quantitas *unius anguli exterioris*, in figura rectilinea ordinata. Sic angulus exterior in trigono ordinato est $\frac{4}{3}$ recti, sive grad: $\frac{360}{3}$, in tetragono ordinato $\frac{4}{4}$ recti, sive gradus $\frac{360}{4}$: in pentagono ordinato $\frac{4}{5}$ recti, sive gradus $\frac{360}{5}$, &c.

5. Si quantitas anguli exterioris tollatur ex duobus rectis: vel si summa angulorum rectorum interiorum dividatur in numerum laterum: habebis quantitatem *unius anguli interioris*, in figura rectilinea ordinata.

dinata. Sequitur pars prior ex 4: posterior ex 2. Exempli gratia, In octogono ordinato, anguli unius exterioris quantitas est $2-\frac{4}{8}$ vel Gra: $180-\frac{360}{8}$. Item 8)12($1\frac{1}{2}$ recti: vel Gra: 8) 12×90(135.

6. Numerus angulorum planorum in solido quovis regulari, invenitur multiplicando numerum angulorum planorum unius basis in numerum basium. Nempe anguli plani sunt, in (4), 3×4: in (6), 4×6: in (8), 3×8: in (20), 3×20: in (12), 5×12.

7. Numerus angulorum solidorum in solido quovis regulari, invenitur dividendo numerum angulorum planorum in solido illo, per numerum angulorum planorum circa unum angulum solidum. Nempe anguli solidi sunt in (4), $\frac{3\times4}{3}$: in (6), $\frac{4\times6}{3}$: in (8) $\frac{3\times8}{4}$ in (20), $\frac{3\times20}{5}$: in (12), $\frac{5\times12}{5}$.

8. Numerus linearum lateralium in solido quovis regulari, est semis numeri angulorum planorum in illo solido. Atque hic etiam est numerus rectangulorum, sub latere, & lineâ perpendiculari è centro basis in latus. Nam unaquæque linea lateralis duobus inservit angulis.

9. Quare rectangulum sub latere, & linea perpendiculari è centro basis in latus, est superficiei totius, in (4), $\frac{1}{6}$: in (6) & (8), $\frac{1}{12}$: in (20) & (12), $\frac{1}{30}$. Est 6 & 7 e 14.

10. Solidum quodque regulare æquale est superficiei suæ trienti ducto in lineam perpendicularem è centro suo in basem.

11. Si linea secetur secundum extremam & media

diam rationem, ut σ ſit majus ſegmentum, & τ minus: Dico $\sigma q = \varsigma\tau = \sigma\tau + \tau q$. per 11 & 3 e 2.

12. $Q : \frac{1}{2}\varsigma + \sigma : = 5 Q : \frac{1}{2}\varsigma$. Nempe $\frac{1}{4}\varsigma q + \varsigma\sigma + (\sigma q)\varsigma\tau$. Eſt 1 & 2 e 13.

13. $Q : \frac{1}{2}\sigma + \tau : = 5 Q : \frac{1}{2}\sigma$. Nempe $\frac{1}{4}\sigma q + (\sigma\tau + \tau q)\varsigma\tau$. Eſt 3 e 13.

Quare $\sigma . \tau :: \tau . \sigma\ \tau$. Nam (per 11.) $\sigma q - \sigma\tau = \tau q$.

14. $\varsigma q + \tau q = 3\sigma q$. Nempe $\sigma q + (2\sigma\tau + \tau q + \tau q) 2\varsigma\tau$. Eſt 4 e 13.

15. $\varsigma + \sigma . \varsigma :: \varsigma\ \sigma$. Nempe $\varsigma + \sigma . \varsigma :: \sigma + \tau\ \sigma$. Eſt 5 e 13.

16. Si ς ſit ℵ, σ erit *Apotome*. Nam quia per 13, $\frac{1}{2}\varsigma + \sigma . \frac{1}{2}\varsigma :: \sqrt{q5} . 1$: Erunt $\sigma + \frac{1}{1}\varsigma, \frac{1}{2}\varsigma$ ℵ ⊐, per def: 6 e 10. Et per 37 e 10, erit $\sigma + \frac{1}{2}\varsigma + \frac{1}{2}\varsigma$ *Binomium*. Ergo per 74 e 10, $\sigma + \frac{1}{2}\varsigma\ \frac{1}{2}\varsigma$ *Apotome*, hoc eſt σ.

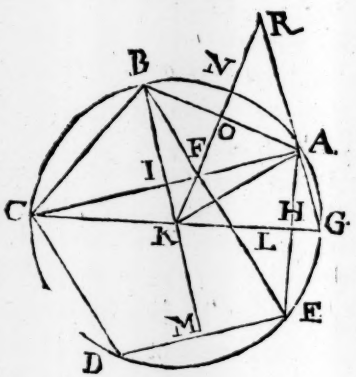
Item ſi ς ſit ℵ, τ erit *Apotome*. Nam per 61 & 98 e 10, $\frac{\sigma q}{\varsigma ℵ}$ (hoc eſt τ) *Apotome*. Vide 14. Eſt 6 e 13.

17. Si ς ſit ſubtendens angulum pentagoni ordinati; erit σ latus pentagoni. Dico in Schemate, AC. CF:: CF. AF: At CF = CB = AB. Nam quia trianguli BCF, omnes tres ang: $= \frac{10}{5}$ recti: è quibus ang: BCF $= \frac{4}{5}$ recti; & ang: CBF $= \frac{4}{5}$ recti: tertius igitur ang: CFB $= \frac{4}{5}$ recti: quare CF = CB = AB. Et quia liquet tri: ACB, BAF ſim: Erit AC. AB:: AB. AF: Ergo. Eſt 8 e 13.

Conſect. Et ſi ex angulo B per centrum, ad oppoſitum latus pentagoni, ducatur BKM, ſecans ipſam AC in I: ſecabitur etiam linea BM ſecundum extremam & mediam rationem in puncto I. Nam quia in tri: BM, lateri EM parallela eſt FI: erit per 2 e 6, IM. IB:: FE. BF:: CF. FA. Ergo.

18. Si

18. Si circuli alicujus radius σ, erit τ latus decagoni. Nam quia arcus ABC=2GAN, erit ang: RKG=KGA=KAG: ideoque tri: RGK, KAG sim. Estque RG. KG:: KG. AG. Atque AR =KG, quia ang: $\frac{1}{2}$RKG=KRG. Secatur igitur RG secundum mediam & extremam rationem in puncto A. Ergo latus decagoni AG est minus segmentum. Est 9 e 13. Quare etiam si σ sit Radius, erit σ latus decagoni.



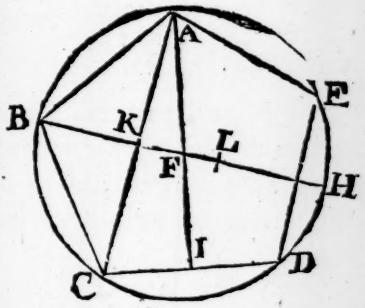
19. Perpendicularis KH vel KO, a centro in latus pentagoni ordinati, æquatur semisummæ Radii & lateris decagoni, Nempe KO=$\frac{1}{2}$RG+$\frac{1}{2}$KR. Nam quia KR=RG; sublato utrinque radio, manebit RN=AG. Estque KO=RO, per 2 e 3. Est 1 e 14.

20. Quadratum lateris pentagoni ordinati, minus quadrato Radii, æquatur quadrato lateris decagoni: Nempe AEq-KGq=AGq. Nam quia AHq+GHq =AGq: Et quia KG secatur med: & extr: ratione in L; estque KL=AG: Erit AEq+GLq=4AGq: Et per 14, KGq+GLq=3AGq. Fiat subductio. Est 10 e 13.

21. Quadratum lateris pentagoni, plus quadrato lineæ

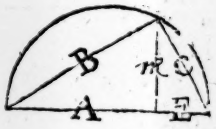
lineæ subtendentis angulum pentagoni, æquatur quinque quadratis Radii. Nempe in schemate præcedente, AFq+CAq=5KGq. Nam CAq+AGq=4KGq: & per 23, AEq-AGq=KGq. Fiat additio. Est hæc 3 e 14.

22. Si circuli Radius sit rationalis, latus pentagoni inscripti erit irrationale, Nempe Minor. Nam quia triang: rect: AIC, AKF sim: erit CI.$\frac{1}{2}$AC::KF.$\frac{1}{2}$AF: ideoque 2CI. CK::KF. $\frac{1}{4}$AF=FL, quia quadrans est Radii: Et CD+CK. CK::KL.FL. At per 17, si CD sit σ, CK erit $\frac{1}{2}\varsigma$: quare si FK sit σ, FL erit $\frac{1}{2}\varsigma$: & per 12, KLq=5FLq. Est autem BLq=25FLq. quare BL. KL:: $\sqrt{q25}$. $\sqrt{q5}$, ⅂⊐, per def: 6 e 10: Et sic ipsorum quadrata: unde etiam BLq. BLq-KLq:: 25. (25-5) 20:: 5.4: Et BL. $\sqrt{u}$: BLq-KLq:: $\sqrt{q5}$. 2, ⊏⊐. Quare BL-KL, nempe BK est ⅂ *Apotom.* IV, per def: & 47 e 10: quippe ostensum est, A, E ⅂⊐; A⊏⊐$\sqrt{X}$; & A⊏⊐X. Item BCq=BKq+CKq=BKq+BK×BH (per 35 e 3) =⅂BK×⅂BH. Ergo per 95 e 10, BC est ♃ *Apot.* IV, hoc est Minor. Est 11 e 13.



23. In

23. In triang. rect. cujus Hypotenusa Z dividitur in segmenta A, E, perpendiculari ex angulo recto demisso, Erit 1°, ZA = Bq: &
ZE = Cq. & AE = mq.
II°, A.E:: Aq. mq:: mq. Eq:: Bq. Cq.
III, Z. A:: Zq. Bq:: Bq. Aq:: Cq. mq.
IV°, Z.E:: Zq. Cq:: Cq. Eq:: Bq. mq.



24. Si triangulum æquilaterum inscribatur circulo: 1° perpendicularis è centro in latus æquatur $\frac{1}{2}$ Radii. Ideoque altitudo $\triangle^i$, sive perpendicularis è vertice in basem æquatur $\frac{3}{2}$ Radii.

2°, Q: dia. Q: lat: $\triangle^i$:: 4. 3: ideoque Q: Rad. Q: lat: $\triangle^i$:: 1. 3. Est 12 e 13.

3°, Q: lat. Q: alt: $\triangle$::4.3. sc: 3. $\frac{3}{4}$. Est 12 e 14.

4°, Area trianguli æquilateri $\sqrt{\frac{27}{16}}$, æquatur quadrato mediæ proportionalis inter altitudinem & semissem lateris: vel inter latus & $\frac{1}{2}$ altitud. Est 29 e 14.

5°. Q. lat: $\triangle^i$. Q: perpend: à cent: in bas: 3. $\frac{1}{4}$. Est 18 e 14.

25. Si quadratum inscribatur circulo: latus ipsius erit $\sqrt{2}$: Et Q: lat: $\square^i$. Q: dia:: 1. 2.

26. Si eidem circulo inscribatur, tum triangulum æquilaterum, tum quadratum: 1°, Q: lat: $\triangle^i$. Q: lat: $\square^i$::3.2: per 24 2°, & 25. Est 16 e 14.

2°, Q: alt: $\triangle^i$. Q: lat: $\square^i$:: 9. 8: per 24 3°, & 26 1°.

3°, $\triangle$. $\square$:: $\sqrt{27}$. 8: scil: $\sqrt{\frac{27}{16}}$. $\sqrt{4}$.

27. Latera quinque solidorum regularium exponere,

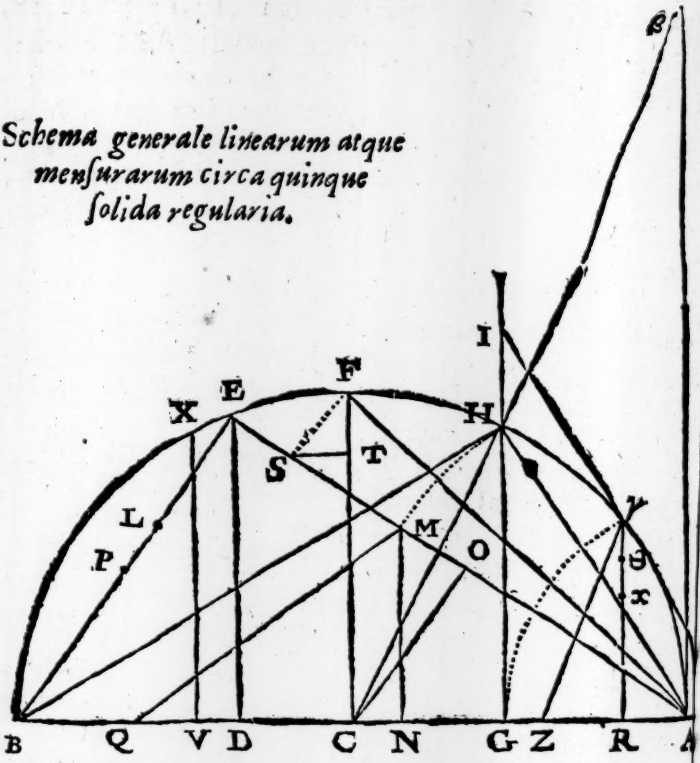
nere, & inter se comparare. Est 13, 14, 15, 16, 17, 18, e 13. Esto AB vel ipsi perpendicularis Aβ, axis sphæræ, & C centrum: ducatur Cβ secans circulum sphæræ in H; ducaturque HG parallela ipsi Aβ: eritque GH=2CG; & per 47 e 1, Rq=5Q:½HG; & per 12, si HG sit ς, AG est σ; & per 18, si HG sit Radius, erit AG latus decagoni; & per 20, AH latus pentagoni.

Mensuretur CV=CG; & VX=GH. Et è centro erigatur CF; jungaturque AF. tum dividatur axis AB trifariam, sic ut BD sit ⅓, & AD⅔: ducanturque perpendicularis DE, & chordæ AE, BE. Secetur BE med: & extr: ratione in puncto L.

Statuaturque GI=BE; & IK ipsi AH parallela: Et sic erit GK=BL segmentum majus.

Schema

Schema generale linearum atque mensurarum circa quinque solida regularia.



His diligenter memoriæ mandatis, ad ipsa quinque corpora regularia declaranda pergemus.

28. De Tetraëdro. Latus (4) est AE;& DE Radius circuli ambientis basem ipsius triangulam. Nam per 23 IV°, AEq. DEq::AB.BD::3.1::Q: lat: Δi. Q: Rad: per 242°. Et CD & perpendicularis è centro sphæræ in basem, scil: $\frac{1}{6}$ axis. Et $\frac{1}{2}$DE est perpendicularis è centro basis in latus, per 24 1°.

29. De Hexaëdro, Latus (6) Est BE vel GI. Nam per

per 23 IV, ABq.BEq::AB.BD::3. 1. Et quia per 23 IIo, AEq=2BEq: erit ABq=3BEq (hoc est quadratum diagonii Cubi æquatur tribus quadratis lateris) Estque per 25, Q:lat:□i. Q:dia circ::1.2::BEq AEq. Quare ½AE est Radius circuli ambientis basem triangulam (6). Liquet etiam quod ½BE æquatur perpendiculari, tum è centro sphæræ in basem, tum è centro basis in latus. Denique quia ABq. BEq::6.2::Q: axis. Q:lat:(6):Erit 2 Q:axis=6 Q:lat(6); quæ superficies est Cubica.

30. De Octaëdro. Latus(8)est AF vel AS. Nam(8) constat duabus pyramidibus quadrangulis, quarum altitudo est semiaxis: & Q: axis. Q: lat (8) ::2.1. Et quia per 24 20, Q:lat△i, quod est Q:lat(8). Q:diam: circuli ambientis::3.4. Erit Q: axis. Q:diam::3.2. Ductaq; ST parallela axi, quia ASq.CTq::ABq.BEq:: 3.1: Estque ASq=AFq=⅔ABq: quare CTq=⅓BEq =⅓AEq: ideoque CT=½AE; qui radius est circuli ambientis tum basem(6), tum basem (8). Et si AS vel AF sit latus △i, erit CT Radius circuli ambientis per 24 20:Et½CT perpendicularis è centro △i in latus, per 24 10. Est autem superficies (6)=12BE×½BE: & superficies (8)=12AF×½CT, quod satis liquet: Quare BE×½BE. AF×½CT: superf: (6). superf:(8):: (6). (8)::BE. AC. Est 27 e 14. Quoniam AFq.ACq:: BEq. CTq=⅔BEq.

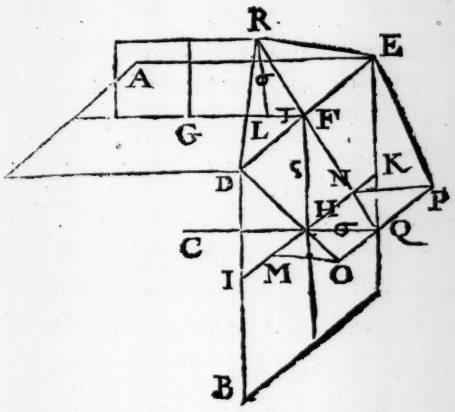
31. De Icosaedro. Latus(20)est AH vel AM. Nam Radiis GH & VX æqualibus cogitentur duo circuli describi, perpendiculariter insistentes plano AHXI: atque in ipsis includi, tum pentagonum ordinatum lateris AH, tum decagonum lateris AG: sit ut pun-

ctum H ſit angulus pentagoni, & X decagoni: unde anguli pentagoni in uno circulo perpendiculariter imminebunt angulis decagoni in altero, ad diſtantiam GV=GH. Et è ſingulis angulis unius pentagoni ducantur duæ hypotenuſæ ad angulos alterius utrinque proximos: Item ex ſingulis angulis utriuſque pentagoni, in proximum axis terminum A vel B, ducantur hypotenuſæ: quæ quidem omnes, hypotenuſæ erunt triangulorum rectangulorum, quorum Cathetus æqualis eſt Radio GH, & baſis lateri decagoni AG; ideoque ſingulæ æquales lateri pentagoni AH. Quare deſcripta erit figura conſtans 20 triangulis æquilateris & æqualibus. Includi autem angulos illos omnes ſphæra, patet ex angulo H: nam circumvolutus ſemicirculus AHXB reliquos ſimiliter angulos perſtringet. Eſt igitur GH Radius circuli ambientis pentagonum (20); & ☿ quia 5.1::CHq.GHq: eſt autem CH=½AB, & CG=½GH: Atque idcirco AH latus (20) eſt ☿, nempe Minor, per 25. Tum demiſſa MN perpendiculari in axem, ſtatuatur MQ =AC, ½ axis: erit MN Radius circuli circa baſem, per 24 20; quia AM.MN::AE.DE::3.1: Et ½ MN perpendicularis è centro baſis in latus, per 24 10: Et NQ perpendicularis è centro ſphæræ in baſem; quia ibi Q eſt inſtar centri ſphæræ. Denique BEq.GHq::5. 3: Nam BEq. ABq:: 1.3: & ABq. GHq:: CHq. CGq:: 5. 1.

32. De Dodecaëdro. Latus (12) eſt BL vel GK, in præcedente ſchemate: & BE vel GI (latus (6)) ſubtendit angulum baſis pentagonæ (12). Nam in ſequente ſchemate, deſcribantur duæ baſes (6), AD,

FB

EB, quarum commune latus est DE; & centrum sphæræ C; & centrum basis unius G, alterius H. A centro G ducatur GF perpendicularis lateri DE; & per centrum H ducatur IHK ipsi DE parallela Erunt igitur GF,HI,HK,semisses lateris (6):secentur singulæ in στ punctis L,M,N; ut majus segmentum sit ubique centro proximum: & in punctis, L,M,N, erigantur tres perpendiculares LR, MO, NP, æquales ipsi majori segmento: & ducatur OP,latus (12): est enim IK. OP::σ.σ::BE. BL,schematis præcedentis. Ducantur etiam DO,DR,EP,ER, quæ cum OP includunt pentagonum, basem quidem (12). Nam



1°. Pentagonum DOPER est in uno plano: Est enim RFQ uno recta linea, per 32 e 6.

2°, Est æquilaterum: est enim DOq = MOq pl. DIq+Mq, hoc est, 3MOq, per 14. At etiam 4MOq=OPq. Et sic de cæteris.

3°, Est equiangulum. Fit enim DPq=DIq pl. INq+NPq, hoc est, 3DIq. per 15 & 14. At etiam 4DIq=DPq. Et sic de cæteris.

4°, Circumscribitur sphæra; Est enim CPq = CQq+QPq, hoc est, 3CHq, per 15 & 14. At

Q: axis. Q:lat(6)::3.1::Q:$\frac{1}{2}$ axis. Q.$\frac{1}{2}$lat (6).Et sic de reliquis.

50, Circa (6) describentur 12 ejusmodi pentagona Cum enim per II, sint in (6) latera 12; unicuique lateri suum adhærebit pentagonum; sicut intuenti perspicuum erit.

60, Latus (12) est Apotome: Est enim DE latus (6) ♈♉ axi: at per 16, si ς(DE)sit ♈, σ (OP) erit Apotome.

His sic ostensis, ad prius illud schema redeundum denuò erit: In quo mensuretur Rγ=KG=BI. lateri (12): & demittatur γR. Erit per 20,γR Radius circuli circa basem pentagonam: Et per 19,Rθ, scil. $\frac{1}{2}$Rγ+$\frac{1}{2}$RK, est perpendicularis è centro basis in latus. Est autem Rγ=MN: Nam quia (3BEq)3GIq=Q: axis=5GHq, erit 5. 3 :: GIq. GHq :: GKq. GAq :: GIq+GKq.GHq+GAq : hoc est, per 17 & 21:5Rγq. AMq=3MNq, per 23 IV°. Quare 3×5Rγq= 5×3MNq. Estque QN perpendicularis à centro sphæræ in basem. Estque superficies (20)=30 AH×$\frac{1}{2}$MN: & superficies (12)=30GK×Rθ, quod satis constat. Quare AH×$\frac{1}{2}$MN.GK×Rθ::superf. (20).superf.(12):: (20). (12).

33. Si axis sphæræ æqualis sit, tum √u:ςq+σq unius lineæ, tum √u:ςq+τq alterius lineæ: erit σ latus (20); & τ latus (12). Nam in Schemate priore generali, ς,σ::GH. AG::BH. AH: At ABq=BHq+AHq. Item ABq=3BEq=Q:BE+BL: pl BLq: hoc est 3ςq=Q:ς+σ:plσq. Est enim σq=ςτ. Est 23 e 14.

34. √u:ςq+σq. √u::ςq+τq::lat (6). lat (20) hoc est, Kγ.Zγ::BE. AH, vel GI. AM: secta scil.KZ=Rγ med: & extr: ratione in puncto R. Nam per 23 IV°,

AMq=3Rγq: Et per 17, Zγq=3RKq. Quare AM. Zγ::Rγ. RK::5.σ::GI.KG. Est 10 e 14.

35. Latus (6). Latus (20)::superf. (12). superf. (20). hoc est GI. AM::KG×Rθ. AM×½Rγ. Nam KG×Rθ=GI×½Rγ. Est enim GI.KG::5.σ::Rγ+RK. Rγ::(½Rγ+½RK) Rθ. ½Rγ, per 18. Est 9 e 14.

36. Q: perpendic: è centro sphæræ in basem (4). Q: perpend: è centro sphæræ in basem (8) :: 1. 3:: CDq. ¼BEq.

37. Q: lat (4). Q: lat (8):: Basis (4). Basis (8). Nam AFq.ABq::2.3: Et ABq. AFq::4.2. Est 14 e 14. Hinc consectarium est,

Quod, superf (4). superf (8)::2.3: scil. 4×4. 8×3.

38. Q: (4). Q: (8)::4. 27. per 36 & consect: 37 Nempe × { 1. 3 / 4. 9 }. Est 17 e 14.

39. Basis (6). Basis (8)::8.√27: Nempe ⁴⁄₃.√³⁄₄.

40. Basis (4). Basis (6)::√3.2:: altit: Δi (4). latus Δi (4): nempe ½BE.AE. Est 30 e 14.

41. Superf (4). Superf (6) ::1. √3: Nempe √⁴⁄₃×4.8: hoc est, Δm (4)×4.2Q: axis.

42. Tria(4)=(6): per 41 & 36: Nempe × { 1.√3 / 1.√3 } est 32 e 14. Hinc consectarium est,

Quod { Prisma basis & altitudinis (4)=(6). Et / Pyramis basis & altitudinis (6)=(4). }

43. (8). 3 (4) :: latus (8). latus (4): Nempe 2. (√¹⁶⁄₃₂×3) √¹⁶⁄₃::√2. √⁸⁄₃. Est 22 e 14.

44. Si latus (8)=√u:σq+τq, erit latus (20) =√2τq. Nam BH+HA secatur med: & extr: ratione in H: Estque 2σq+2τq=2AFq=ABq=

BHq+AHq. Ergo AHq=2τq. Est 24 e 14.

45. Si latus (8)=√u:½σq+½τq, Erit latus (12) =τ. Nam GI+GH secatur med: & extre: ratione in G: Estque σq+τq=2AFq=ABq=3GIq=Q: GI+GK:+GKq. Ergo GKq=τq. Est hæc 25 e 14.

46. Si latus (4)=√u: σq+τq, erit latus (20) =√½τq. Nam BH+HA secatur media & extr: ratione in H: & ¾σq+¾τq=¾AEq=ABq=BHq +AHq. Ergo AHq=¾τq. Est hæc 26 e 14:

47. Si latus (6)=√u: σq+τq, erit latus (20) =√3τq. Nam BH+AH secatur med: & extr.ratione in H: & 3σq+3τq=3GIq=ABq=BHq+AHq.Ergo AHq=3τq.

48: Si latus (6)=√u: σq+τq, erit latus (12) =√3τq. Nam GI+GK secatur med. & extrem. ratione in H: & 3σq+τq=3GIq=Q: GI+GK:+ GKq. Ergo GKq=3τq.

49. Si axis sphæræ sit ♓, superficis, tum (4), tum (8), erit ♏. Nam quia 3.2::Q:axis.AEq:erit Q:lat.(4)=⅔Q: axis: est etiam Q:lat. (8)=½Q:axis: scil. utrumque ♓: quare & ipsorum latera sunt ♓. At in △°,per 24 3°,Latus. altitud::2.√3,♓♑ ergo per 22 e 10, area △i est ♏. Est 13 e 14.

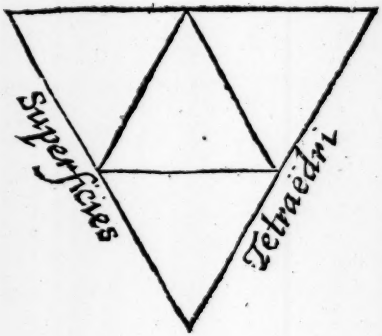
Notandum autem, quod in his quæ tum de elemento X, tum de V corporibus regular. scripta sunt, propositionum numerus est juxta Ch. Clavium.

Corporum

Corporum quinque regularium mensuræ, ad axem sphæræ 2. Consulatur Schema generale.

I. *In Tetraëdro.*

AElatus (4), est $\sqrt{\frac{8}{3}}$: 1,632932.
DE semidiameter circuli ambientis basem triangulam (4), est $\sqrt{\frac{2}{9}}$: 0,942809.
Altitudo basis (4), est 1,414213.
Area basis (4), est 1,154657.
Superficies (4), est 4,618628.
CD perpendicularis è centro sphæræ in basem (4), est $\frac{1}{3}$, 0,333333.
Soliditas (4), est 0,513216.

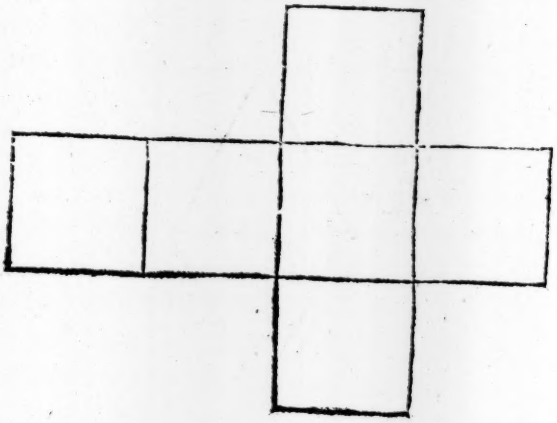


II.

II. *In Hexaëdro.*

BE latus (6), est $\sqrt{\frac{4}{3}}$; 1(154700.
CT est semidiameter circuli ambientis basem quadrangulam (6), $\sqrt{\frac{2}{3}}$: (0816490.
Area basis (6), est $\frac{4}{1}$: 1(333333.
Superficies (6), est 8: Nempe bina quadrata axis sphæræ.
$\frac{1}{2}$BE perpendicularis è centro sphæræ in Basem (6) est $\sqrt{\frac{1}{3}}$: 0(577175.
Soliditas (6), est 1(539600.

Superficies Hexaëdri.

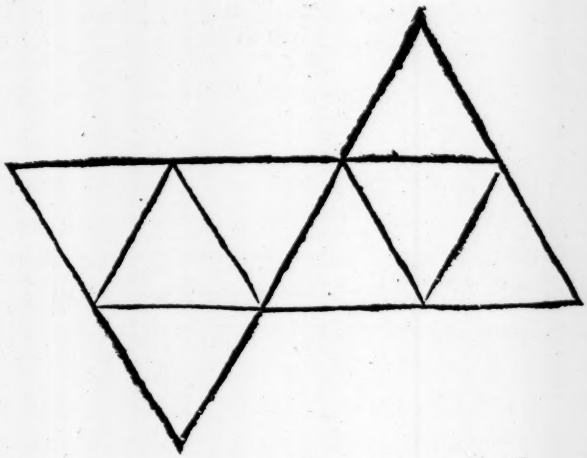


III.

III. *In Octaëdro.*

AF latus (8), eſt √2: 1|414213.
GT eſt ſemidiameter circuli ambientis baſem triangulam (8), eſt √⅜: 0|816490.
Altitudo baſis (8), eſt 1|224735.
Area baſis (8), eſt 0|866018.
Superficies (8), eſt 6|928144.
½BE perpendicularis è centro ſphæræ in baſem (8), eſt √⅛: 0|577175.
Soliditas (8), eſt 1|333333.

Superficies Octaëdri.



IV.

IV. *In Icosaëdro.*

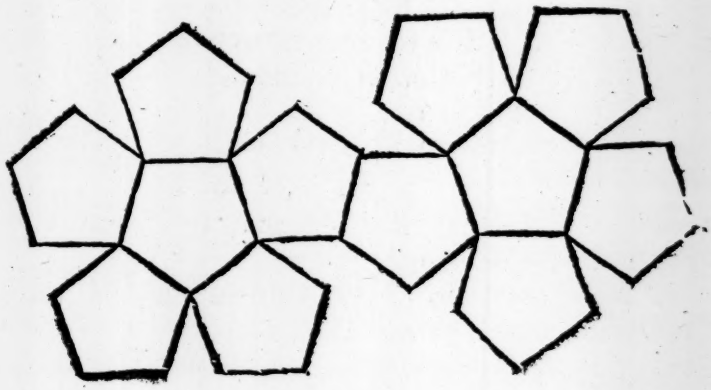
AH latus (20), est √u: 2-√4/5: 1|105573.
MN=Rγ semidiameter circuli ambientis basem triangulum (20), est √u: 3/2-√4/5: 0|607062.
Altitudo basis (20), est 0|910593.
Area basis (20) est 0|503362.
Superficies (20), est 10|067240.
QN perpendicularis è centro sphæræ in basem (20,) est √u: 1/2+√4/5: 0|794654.
Soliditas (20), est 2|666658.
GH semidiameter circuli ambientis pentagonum (20), est √4/5: 0|894427.

Superficies Icosaëdri.

V. *In Dodecaëdro.*

GK = BL latus (12), est $\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{\frac{1}{2}}$: 0|713642.
Rγ = MN semidiameter circuli ambientis basem quinquangulam (12), est $\sqrt{u:\frac{2}{3}}-\sqrt{\frac{4}{45}}$: 0|607062.
Rθ = $\frac{1}{2}$Rγ + $\frac{1}{2}$RK, perpendicularis è centro basis in latus, est 0|49112.
Area basis (12), est 0|876211.
Superficies (12), est 1 0|514532.
QN perpendicularis è centro sphæræ in basem (12), est $\sqrt{u:\frac{1}{3}}+\sqrt{\frac{4}{45}}$: 0|794654.
Soliditas (12), est 2|785137.

Superficies Dodecaëdri.



FINIS.

DE ANATOCISMO, SIVE USURA COMPOSITA.

Hoc est, Sex Theorematum fundamentalium, quibus Quæstiones omnes circa Anatocismum, facili negotio, solvi poterunt, investigatio Analytica.

Notandum autem est, quod Solidus Anglicus continet 12 Denarios: Et Libra sive Mina continet 20 Solidos; Denarios verò 240.

1. RATIO fœnoris reducenda primò est ad Rationem æqualem, cujus antecedens sit 100, vel 1. Ut si Ratio sit Denariorum 14|4, vel Solidorum 1|2. pro 1 Libra: Dic, 240. 254|4, vel 20. 21|2:: 100. 106::1. 1|06: nempe α. β. Quare β procreatur ex sorte α, in uno anno integro.

2. Si vero Solutio sit per semissem anni, vel per Quadrantem, hoc est per Dies 182|5, vel per Dies 91|25: Pro β, multiplicetur Logarithmus Procreati annui per $\frac{1}{2}$ vel per $\frac{1}{4}$: Sive & per $\frac{182|5}{365}$, vel per $\frac{91|25}{365}$ Perperam enim vulgò sumitur $\frac{1}{2}$ vel $\frac{1}{4}$ annui fœnoris.

3. Quia

3. Quia in progressione, numerus Rationum unitate minor est, quàm N numerus terminorum, sive Solutionum; erit numerus Rationum N-1. Item Logarithmus β ductus id N-1, erit Logarithmus ω ultimi termini. Denique Logarithmus β ductus in N, erit Logarithmus $\beta\omega$, hoc est, ipsius β multiplicati in se continuè pro numero Solutionum.

4. Quare $\beta\omega$ procreatur ex α sorte, sive 1^{lb}, elocata pro N vicibus. Hinc Duo oriuntur Theoremata.

Theo: I. $1^{lb}.\ \beta\omega :: Q^{lb}.\ Q^{lb}$ cum lucro in N vicibus.

Theo: II. $\beta\omega.\ 1^{lb} :: Q^{lb}$ post N vices. valor præsens.

5. Deinde quia $\frac{\beta\omega-\alpha\alpha}{\beta-\alpha}$ hoc est, $\frac{\beta\omega-1}{\beta-1}=Z$, summæ omnium terminorum Progressionis (quorum ultimus est ω) estque incirco Procreatum ex Pensione 1^{lb} intermissa pro N vicibus: Hinc duo oriuntur alia Theoremata.

Theo: III. $\beta-1.\ \beta\omega-1 :: Q^{lb}$ Pensio intermissa pro N vicibus. Pensiones cum fœnore solvendæ in fine.

Theo: IV. $\beta\omega-1.\ \beta-1 :: Q^{lb}$ futura. Pensio æquivalens solvenda in N vicibus.

6. Denique quia $\beta\omega$ procreatum ex 1^{lb} elocata pro N vicibus: Estque $\frac{\beta\omega-1}{\beta-1}$ procreatur ex Pensione 1^{lb} intermissa pro N vicibus; quod in pecuniis numeratis æquivalet pretio Pensionis: Dic, $\beta\omega.\ 1^{lb} :: \frac{\beta\omega-1}{\beta-1}.$ $\frac{\beta\omega-1}{\beta-1\text{ in }\beta\omega}$ Unde igitur in N vicibus procreabitur $\frac{\beta\omega-1}{\beta-1}$ Pretium

Pretium Pensionis. Hinc etiam oriuntur duo Theoremata.

Theo: V. β-1 in $\beta\omega$-1:: Qlb Pensio pro N vicibus. Pretium ejusdem in pecuniis numeratis.

Theo: VI. $\beta\omega$-1. β-1 in $\beta\omega$:: Qlb præsens. pensio emenda pro N vicibus.

Nota quod Qlb significat quantamlibet librarum summam.

Exemplum de Pensione durante 10 annos, solutione semestri; in Ratione 1 ad 1,06. Estque N 20.

Et Logar: 1,06 est 0,025306.

0, 025306 in $\frac{1}{2}$

0, 012653 Log: β = 1,0296

20N

0, 253060 Log: $\beta\omega$ = 1,791

2, 471291 Log: β-1 = 0,0296.

2, 724351 Log: β-1 in $\beta\omega$

1, 898176 Log: $\beta\omega$-1 = 0,791.

Est igitur

1, 898176

2, 724351

1, 173825 Logar: Pretii 14,92lb pro Pens: 1lb.

2, 724351

1, 898176

2, 826175 Logar: Pensionis 0,06701lb pro Pret: 1lb.

Logarithmis hisce inventis adde Logar: Qlb.

Vel valores hosce inventos multiplica per Qlb.

REGULA

REGULA FALSÆ POSITIONIS.

Multiplica Positiones per alternos errores. Et si errores sint ejusdem generis, nempe uterque excedens, vel uterque deficiens; Differentiam productorum divide per Differentiam errorum: Si verò diversi sint generis; Summam productorum divide per Summam errorum: Et Quotus dabit numerum quæsitum.

Demonstrationis gratia. Quis numerus est, qui ductus in B, producit planum BA, nempe ABpl.

Esto A-C in B. BA-BC — Esto A-D in B. BA-BD

Errores igitur sunt

BApl-BA+BC. — BApl-BA+BD.

Quia utrobique signa sunt similia; ut quæ æqualia sunt, expurgentur; opus est ut Subductio fiat, mutando omnia signa minoris. Nam sic æqualibus se mutuò elidentibus, manebit errorum Differentia, BC-BD:

BC defic:	BD defic:
AD	A-C
BCA-BCD	BDA-BDC

Hic etiam æqualibus utrinque per Subductionem expunctis;

expunctis; Reductio fit ad BCA-BDA: quæ eſt ipſa errorum differentia ducta in A.

Quare $\frac{BCA-BDA}{BC-BD}=A.$

Iterum Eſto A+C. Eſto A-D
in B, BA+BC. in B. BA-BD.

Errores igitur ſunt.

BA+BC-BA pl. BA pl-BA+BD.

Quia utrobique ſigna ſunt contraria; æqualia per Additionem, abſque ulla ſignorum mutatione, ſe mutuò elident: Et ſic manebit eorum ſumma, BC+BD.

BC exced:	BD defic:
A-D	A+C
BCA-BCD	BDA+BCD.

Hîc etiam æqualibus utrinque per Additionem expunctis; Reductio fit ad BCA+BDA: quæ eſt ipſa errorum ſumma ducta in A.

Quare $\frac{BCA+BDA}{BC+BD.}=A.$

FINIS.

THEOREMATUM
IN LIBRIS
ARCHIMEDIS
DE
SPHÆRA & CYLYNDRO
Declaratio.

Authore
GUILELMO OUGHTREDO
ANGLO.

OXONIÆ,
Typis *LICHFIELDIANIS*, Acad.
Typog: 1663.

Rerum quarundam denotationes.

R radius, eſt ſemidiameter circuli, ſive uno conſtet nomine AO, vel Eω, vel IU: ſive duobus ut AO+Eω, vel Eω+IU: ut in ſchemate 1.

$\frac{\delta}{\pi}$ :: ſemidiameter. ſemiperipheria.

$\frac{\pi}{\delta}$R, eſt ſemiperipheria circuli cujus Radius eſt R.

$\frac{\pi}{\delta}$:AO+Eω : eſt ſemiperipheria circuli cujus Radius eſt AO+Eω.

$\frac{\pi}{\delta}$Rq, eſt area circuli.

$\frac{\pi}{3\delta}$Rq × altitud: vel $\frac{\pi}{\delta}$Rq in $\frac{1}{3}$ Altitud, eſt Conus, ſcil: $\frac{1}{3}$ Cylindri.

○ ſignificat ſuperficiem curvam.

Coni & Cylindri, qui in æqualibus ſunt baſibus ſunt ut altiudines. 14 e 12.

Æqualium Conorum & Cylindrorum baſes & altitudines reciprocantur. 15 e 12.

Aſſumo, Figuram regularem infinitorum laterum, cui nec major inſcribi, nec minor circumſcribi poterit; ſi plana ſit, eſſe circulum; ſin ſolida, eſſe ſphæram.

Theorematum

Theorematum in Libris Archimedis de Sphæra & Cylindro.

Declaratio.

DUODECIM primas propoſitiones, quia demonſtrationibus negativis, quas ego ut parùm ſcientificas, quantum poſſum, evito, inque ipſarum loco affirmativas ſubſtituo, inſerviunt, miſſas faciam.

I. In Cylindro recto, Si 2R, M, Latus; hoc eſt, 2AO, M, KA, ∓: Dico $\frac{\pi}{\delta}$ Mq = ○ Cylindri.

Nam $\frac{\pi}{\delta}$ Mq = $\frac{\pi}{\delta}$ 2AO × KA. 13 1 1.

(Ad ſeptem theoremata ſequentia pertinet ſchema I.)

II. In Cono æquicruro KON, ſi KO, M, AO ∓: Dico $\frac{\pi}{\delta}$ Mq = ○ Coni. Nam $\frac{\pi}{\delta}$ Mq = $\frac{\pi}{\delta}$ AO in KO. 14 1. 1,

III. In Cono æquicruro KON, Dico esse semid: basis. Latus :: Basis. ∩ Coni. Nam AO. KO :: $\frac{\pi}{\delta}$ AOq. $\frac{\pi}{\delta}$ AO in KO. 15 l 1.

IV. In Cono æquicruro KON, Si AO+Eω, M, Oω=KO−Kω ∺: Dico ⌓ frustri OωνN=($\frac{\pi}{\delta}$Mq)$\frac{\pi}{\delta}$: AO+Eω:*Oω. Nam per 2, ∩ OωνN=$\frac{\pi}{\delta}$: AO×KO: mi $\frac{\pi}{\delta}$:Eω×Kω:=$\frac{\pi}{\delta}$: AO+Eω : in:KO-Kω. Est enim AO+Eω in KO-Kω=AO * KO −Eω×Kω pl Eω×KO −AO×KO, quæ se invicem tollunt: Quia AO. Eω:: KO. Kω.

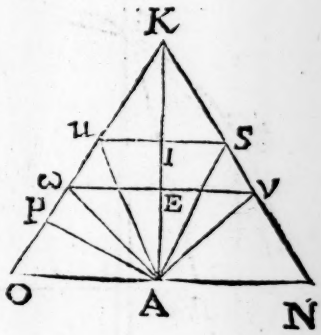
V. In Cono æquicruro KON, Si KO, M, AO ∺; & AP perpendicularis lateri KO: Dico ($\frac{\pi}{3\delta}$Mq) $\frac{\pi}{3\delta}$AO×KO in AP=$\frac{\pi}{3\delta}$ AOq in KA=KON. Nam: KA. AP :: KO. AO :: AO × KO. AOq. Ergo. 17 l 1.

VI. In Cono æquicruro KON, Si Kω.M.Eω ∺; & AP perpend: lateri KO: Dico ($\frac{\pi}{3\delta}$Mq) $\frac{\pi}{3\delta}$ Eω ×Kω in AP=$\frac{\pi}{3\delta}$Eωq×KA, scil: rhombo KωAν. Nam KA. AP :: Kω. Eω :: Eω × Kω. Eωq. Ergo. 18 l 1.

VII. In Cono æquicruro KON, Dico frustum Conicè

Conicè excavatum $O\omega A\nu N$, æquari Cono cujus basis est æqualis ∩ frusti $O\omega\nu N$, & altitudo AP: hoc est, con: KON — rhomb: $K\omega A\nu = \frac{\pi}{\delta}$: A O + E$\omega$: × O$\omega$ in $\frac{1}{3}$AP. Nam $\frac{\pi}{\delta}$ AO×KO in $\frac{1}{3}$AP = KON, per 5 } horum
Et $\frac{\pi}{\delta}$Eω×Kω in $\frac{1}{3}$AP = rhomb: KωAν, per 6 }
rum differentia est $\frac{\pi}{\delta}$ AO×KO — $\frac{\pi}{\delta}$ Eω × Kω, per 4, = $\frac{\pi}{\delta}$: AO + Eω: × Oω = ∩ OωAγ; ductis omnibus in $\frac{1}{3}$AP. Ergo, &c.

VIII. In Cono æquicruro KON, Dico rhombum conicè excavatum ωUASν, æquari Cono cujus basis est æqualis ∩ frustri ωUSν & altitudo AP: hoc est rhomb KωAν - rhomb KUAS = $\frac{\pi}{\delta}$: Eω + IU: × ωU in $\frac{1}{2}$ AP. Nam



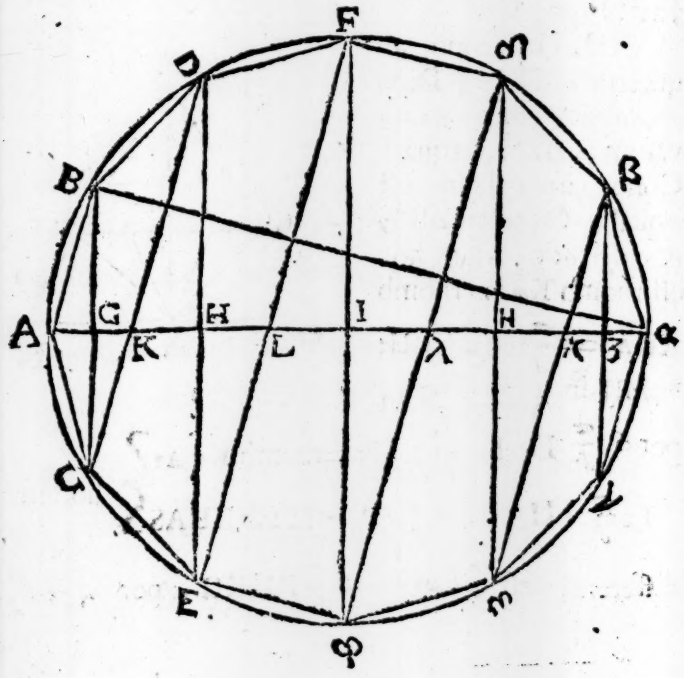
per 6, $\frac{\pi}{\delta}$ Eω×Kω in $\frac{1}{3}$ AP = rhomb Kω Aγ } horum
Et $\frac{\pi}{\delta}$ IU×KU in $\frac{1}{3}$ AP = rhomb KUAS }
differentia est $\frac{\pi}{\delta}$ Eω×Kω — $\frac{\pi}{\delta}$ IU×KU, per 4, = $\frac{\pi}{\delta}$:
Eω

Eω†Iu: ωu = ∩ ωuSν; ductis omnibus in $\frac{1}{3}$ AP. Ergo, &c.

IX. Si figura plana polygona laterum æqualium & numero parium. ABDF δβαγεφEC, inscribatur circulo, junganturque anguli rectis lineis parallelis: Dico AB. Bα :: Aα. BC†DE†Fφ†δε†βγ; huc est, 2BC †2DE†Fφ. Nam AB. Bα :: $\frac{1}{3}$ BK. $\frac{1}{2}$BC :: $\frac{1}{2}$KL. $\frac{1}{2}$DE :: $\frac{1}{3}$Lλ. $\frac{1}{2}$Fφ :: $\frac{1}{2}$λκ $\frac{1}{2}$δε :: $\frac{1}{1}$ κα. $\frac{1}{2}$βγ.

Quare Aα×Bα = AB in 2BC42DE†Lφ. 2 1 1 1.

Et in segmento Aδε, erit AB. Bα :: Aη. BC†DE †Fφ†$\frac{1}{2}$δε.



Quare $A\nu \times B\alpha = AB$ in $BC + DE + F\varphi + \frac{1}{2}\delta\varepsilon$.

X. Si circulo, vel circuli ſegmento alicui figura ejuſmodi plano polygona laterum æqualium & parium, tum inſcribatur, tum circumſcribatur; & diametro $A\alpha$ quieſcente, circulus circumvolvatur; deſcribetur figura ſolida conſtans ſuperficiebus quibuſdam Conicis: Et paralleli BC, DE, $F\varphi$, $\delta\varepsilon$, $\beta\gamma$, deſcribent totidem circulos parallelos. Atque in his, quæ circumſcripta eſt, ſive continens, major ſemper eſt circulo incluſo: & quæ inſcripta eſt, minor ſemper erit circulo ambiente. Et ſuperficies figuræ circumſcriptæ, ad ſuperficiem figuræ inſcriptæ ſimilis, eſt in ratione laterum duplicata: At figura ipſa ſolida circumſcripta, ad ſolidam ſimilem inſcriptam, in ratione triplicata. 22. 27. 30. 34. 37 l 1.

XI. Si diameter circuli includentis ejuſdemodi figuram ſolidam, ſit $A\alpha$: fiatque $A\alpha, M, B\alpha \doteqdot$: vel, quod idem eſt, per 9, $2BC + 2DE + F\varphi, M, AB \doteqdot$: Dico $\frac{\pi}{\delta}$ Mq = ſuperficiei figuræ. Nam per 2, $\frac{\pi}{\delta}$ $BC \times AB = 2 \bigcirc$ coni ABC: & per 4, $\frac{\pi}{\delta}BC + DE$ in $A = 2 \bigcirc$ fruſti BCED: & $\frac{\pi}{\delta}DE + F\varphi$ in $AB = 2 \bigcirc$ fruſtri $DE\varphi F$. Ergo $\frac{\pi}{\delta}$ $2BC + 2DE + F\varphi$ in $AB = \bigcirc$ figuræ totius, nempe $\frac{\pi}{\delta}$ Mq. 23. 28 l 1.

XII. In Schem: 3. Figuræ ejuſmodi ſolidæ, ſi ſphæræ

ſphæræ inſcribatur, ſuperficies $\frac{\pi}{\delta}$ Mq minor eſt circulo habente axem ſphæræ continentis Aα pro diametro. Nam M⊐Aα.

Sin circumſcribatur, ſuperficies $\frac{\pi}{\delta}$ Mq major eſt circulo habente axem ſphæræ contentæ. 2IP = Bα pro diametro. Nam Aα, M, 2I P ∴ ; Quare M cadet inter A & Q. 24, 29 1 1.

XIII. Quidni igitur ſphæræ ſuperficies æquetur quatuor maximis circulis; nempe $\frac{\pi}{\delta}$ Diam: q ? 31 1 1.

XIV. Figura ejuſmodi ſolida equalis eſt Cono, cujus Baſis eſt circulus æqualis ſuperficiei figuræ; & Altitudo IP perpend: è centro ſphæræ in latus figuræ: hoc eſt, per 11, $\frac{\pi}{3\delta}$ Mq in (IP) $\frac{1}{4}$Bα = figuræ toti ſolidæ. Nam per 6, Rhomb: BACI = $\frac{1}{3}$ ∩ BAC in IP. Et per 8, Excavatum DBI CE = $\frac{1}{3}$ ∩ DBCE in IP. Et per 7, Excavatum FDIEφ = $\frac{1}{3}$ ∩ FDEφ in IP. Et ſimiliter pro altero hæmiſphærio. Quare $\frac{1}{3}$ ∩ BAC + $\frac{1}{3}$ ∩ DBCE + $\frac{1}{3}$ ∩ FDEφ in Bα (2IP) = toti figuræ ſolidæ; nempe $\frac{\pi}{3\delta}$ Mq: vel $\frac{\pi}{3\delta}$ Aα×Bα in $\frac{1}{2}$ BA (IP). 25, 29 1 1.

XV. Figura ejuſmodi, ſi ſphæræ inſcribatur, minor eſt quatuor Conis habentibus baſem æqualem circulo ſphæræ maximo: hoc eſt Cono habenti baſem æqualem ſuperficiei ſphæræ; altitudinem verò æqualem ſemiaxi. Sin circumſcribatur, iiſdem major eſt.

Nam

Nam per 12, ſuperficies figuræ inſcriptæ, ſuperficie ſphæræ minor eſt: circumſcriptę autem, major. 26. 29 11.

XVI. Quidni igitur ipſa ſphæra æqualis ſit quatuor Conis habentibus baſem æqualem circulo ſphæræ maximo; hoc eſt Cono habenti baſem æqualem ſuperficiei ſphæræ; Altitudinem verò æqualem ſemiaxi? 32 11.

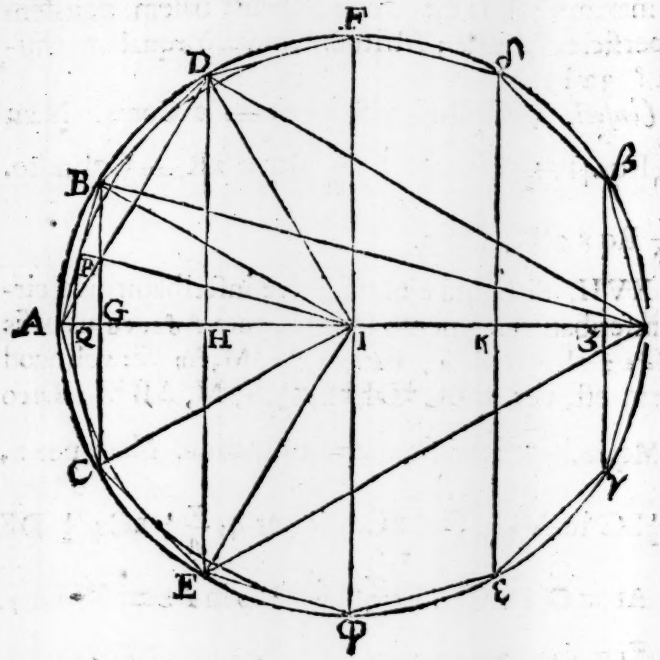
Conſect. $\frac{2}{3}$ Cylind: = Sphæræ = 2 Conis. Nam $\frac{\pi}{3\delta}$ Rq×4R = Sphæræ. Et $\frac{\pi}{\delta}$ Rq × 2R = Cylindro. $\frac{\pi}{3\delta}$ Rq × 2R = Cono.

XVII. Si figura ejuſmodi ſive inſcribatur, ſive circumſcribatur, ſegmento ſphæræ, puta A$\delta\varepsilon$, cujus baſis ſit $\delta\varepsilon$; altitudo An; fiatque Bα, M, An ∴: vel, quod idem eſt, per 9, BC+DE+Fφ+$\frac{1}{2}\delta\varepsilon$, M, AB ∴: Dico $\frac{\pi}{\delta}$ Mq = ſuperficiei figuræ illius mancæ. Nam per 2, $\frac{\pi}{\delta}\frac{1}{2}$BC in AB = ○ ABC. Et per 4, $\frac{\pi}{\delta}\frac{1}{2}$ BC + $\frac{1}{2}$ DE in AB = ○ DBCE: Et $\frac{\pi}{\delta}\frac{1}{2}$DE+$\frac{1}{2}F\varphi$ in AB = ○FDEφ. Et $\frac{\pi}{\delta}\frac{1}{2}F\varphi$+$\frac{1}{2}\delta\varepsilon$ in AB = ○ δF$\varphi\varepsilon$. Ergo 33. 37 11.

XVIII. Figuræ ejuſmodi mancæ, ſi ſegmento ſphæræ, puta A$\delta\varepsilon$, inſcribatur, ſuperficies $\frac{\pi}{\delta}$ Mq ⊏ $\frac{\pi}{\delta}$ Aδq. Nam Aδq = Aα × An ⊏ Bα × An.

Sin

Sin circumſcribatur, ſuperficies $\frac{\pi}{\delta}$ Mq⊏ $\frac{\pi}{\delta}$ Aδq. Nam Bα=2IQ eſt diameter ſphæræ interioris ſive contentæ. Eſtque Aη⊏Qη. Quare $\frac{1}{2}$ M protenditur ultra IQ diametrum ſphæræ contentæ. 35.38.41 1.



XIX. Quidni igitur ipſa ſuperficies ſegmenti ſphæræ æqualis ſit circulo, cujus ſemidiameter eſt recta ducta a vertice ſegmenti in finem baſis? 40 1.

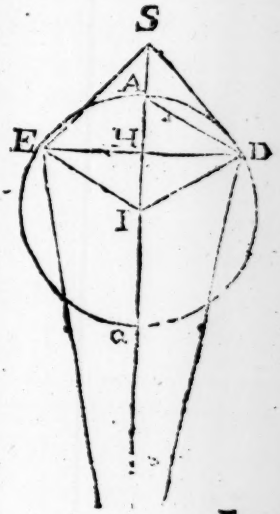
XX. Figura ejuſmodi manca, ſive inſcribatur ſegmento ſphæræ, puta DAE minori ſemicirculo, vel DαE majori, æqualis eſt Cono habenti baſem æqualem ſuperficiei illius figuræ mancæ; altitudinem verò

verò æqualem perpend: IP è centro in latus figuræ, adjecto vel ablato Cono DIE medio; hoc eſt, toti ſolido DBACEI, vel reliquo DF ſβαγέφ EI. Nam in ſolido minore DBA = CEI, per 6, Rhomb: BA CI = ⅓ ○ BAC in IP. Et per 8, ⅓ ○ DBCE in IP = excavato DB ICE, Ergo. Et ſimiliter de majore DF ſβαγέφ EI. 36, 39 I 1.

Conſect. Quare & per 18, Si figura ejuſmodi ſegmento ſphæræ, puta DAE, vel Dα E, inſcribatur, totum ſolidum minus eſt Dono, cujus baſis eſt circulus a ſemidiametro AD, vel αD; & altitudo ſemiaxis IA.

XXI. Quidnj igitur Sector ſphæræ DBACEI, æqualis ſit Cono $\frac{\pi}{3\delta}$ DAq in IA; & reliquus Dα = EI, æqualis Cono $\frac{\pi}{3\delta}$ αDq in IA? 42 I 1.

XXII. Si fiat Hα. Hα + Iα :: HA. HS: Dico $\frac{\pi}{3\delta}$ DHq in HS = ſegm: ſphæræ DAE Nam Hα. HA:: Hα + IA − Hα. HS − HA :: Iα. AS. Eſſque (Iα + AS) IS. IA :: (Hα + HA) Aα. Hα :: Aαq. αDq :: ADq. DHq. Quare $\frac{\pi}{3\delta}$ DHq × IS = $\frac{\pi}{3\delta}$ ADq × IA = ſegmento DAE + (Cono DIE) $\frac{\pi}{3\delta}$ DHq × IH.



Ergo

Ergo $\frac{\pi}{3\sigma}$ DHq×HS (IS — IH) = segmento DAE.

Consectarium. Quia $\frac{HA \text{ in } H\alpha + I\alpha}{H\alpha}$ = HS : Erit $\frac{\pi}{3\sigma} \frac{DHq \times HA \text{ in } H\alpha + I\alpha}{H\alpha}$ = segmento DAE. Quare $H\alpha$. $H\alpha + I\alpha$ :: $\frac{\pi}{3\sigma}$ DHq×HA. segm: DAE.

2 1 2.

FINIS.

HOROLOGIORUM SCIOTERICORUM

In Plano,

Geometricè solùm, sine Calculo Trigonometrico, delineandorum,

MODUS FACILLIMUS.

PER QUEM

Meridiana, Substylaris, & Stylus ipse, non investigantur modò, sed etiam, in cujusvis generis Plano, situ proprio inscribuntur, omniaque perspicuè demonstrantur.

Inventore

GUILELMO OUGHTREDO

23^tium Ætatis Annum agente.

OXONIÆ,

Typis *LICHFIELDIANIS*, Acad: Typog: 1663.

HOROLOGIA SCIOTERICA IN PLANO, Geometricè delineandi Modus.

Cap. I.

De Planis.

IN Hypotheſin illam Aſtronomicam, quòd Terra nullius quantitatis ſenſibilis cum Sphæra Solari comparata, ſed tanquam Punctum, habeatur: Ars Horologiographica præcipuè innititur. Planum enim in quo deſcribitur Horologium, ſupponitur Parallelum majori alicui Circulo Cœleſti, qui tantùm à Plano diſtat quantum ab eodem Plano punctum aliquod pro Apice ſtyli aſſignatum.

In Plano; primo conſiderandus erit Situs, qui eſt vel reſpectu Horizontis, vel Meridiani.

Reſpectu Horizontis ; Planum eſt vel Parallelum, (& huic inſcriptum Horologium, *Horizontale* vocatur;) vel Perpendiculare, (cujus generis ſunt Muri omnes erecti;) vel Obliquum ; quod rurſus,vel *P*ronâ facie nutat, & vocatur *Inclinans* ; vel Declivi & ſupinâ ſuperficie reſidit, & vocatur *Reclinans*.

Inclinationis iſta & Reclinationis Obliquitas, per arcum alicujus *A*zumith (ſive Circuli Verticalis) inter Loci Verticem & *P*lanum intercepti menſuratur, quod quidem Azumith Plano Perpendiculare eſt, & Quadrantis ope, in 90 Gr: diviſi, facillimè invenitur.

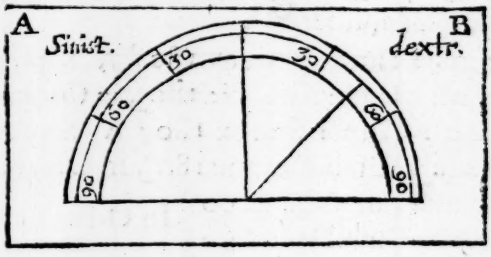
Reſpectu Meridiani ; Planum eſt vel Directum; vel Declinans. Planum Directum eſt, quod Punctum aliquod è quatuor Cardinalibus directè reſpicit: Eſtque, vel Meridiano Perpendiculare, qualia ſunt plana Meridionalia & Borealia: vel Parallelum, qualia ſunt Orientalia & Occidentalia. Planum Declinans eſt, quod non directè Puncto alicui Cardinali opponitur ; ſed à Meridie aut Septentrione, verſus Orientem aut Occidentem, declinat.

Declinatio plani eſt Arcus Horizontis, inter Sectionem plani horizontalem, & punctum Orientis vel Occidentis,interceptus ; Vel,eſt Arcus Horizontis, qui inter Meridianum & Polum Sectionis Horizontalis intercipitur.

Inveſtigatio Declinationis Plani cujuſque aut Muri difficilior aliquantum. Tutiſſimam viam arbitror (quoniam Acus Magnetica facilè diſtrahitur) eſſe per Tabulam Rectangulam, uncias ferè duodecim longam, latam 6 ; Cui Semicirculus à medio utrinque

in

in 90 gradus divisus inscribitur, stylúsque à Centro erigitur, ut in Schemate subjecto videre est.



Usus hujus Instrumenti talis est. Quolibet die (datâ priùs Declinatione Solis) ante decimam Horam AM (i. e. ante Meridiem) vel post secundam PM (i. e. post Meridiem) applicetur Muro Latus Instrumenti AB, ita ut Horizonti maneat Parallelum, & quem Gradum Styli umbra vel in Dextro vel Sinistro Quadrante notet observes, quam idcirco [*Umb: Dextr:*] vel [*Umb: Sinistr:*] voco: Deinde quàm citissimè Solis *A*ltitudinem inquiras. Jámque Solis, tam à Polo Boreali, quàm à Vertice, Distantiam, simulque *A*ltitudinis Poli Complementum, adeptus; quære (aut ex *A*nalemmate, aut Projectione Horizontali, vel tandem Trigonometricè) *A*zumithalem Solis à Meridie distantiam. *D*enique, cum Tempore Diei, Solis Azumith, Stylíque Umbrâ. Tabellam sequentem pete; &, facto quod ibi faciendum præcipitur, verum Muri situm habebis.

m. denotat Angulum Azumuthalem numerari a termino australi lineae meridianae.
S .. a termino boreali ejusdē lineae

Horologiographia

1 ... AM.m Azum: - Umb: Sin:
2 ... AM.m Azum: + Umb: Dext: } A Meridie in Ortum.
3 ... PM.m Umb: Dext: - Azum:

4 ... AM.m Umb: Sin: - Azum:
5 ... PM.m Azum: + Umb: Sin: } A Meridie in Occas.
6 ... PM.m Azum: - Umb: Dext:

7 ... AM.m Azum: + Umb: Dext: ex 180 } A Septentrione
8 ... PM.m Azum: + Umb: Sin: mi: 180 } in Ortum.

9 ... PM.m Azum: + Umb: Sin: ex 180 } A Septentrione
10 ... AM.m Azum: + Umb: Dex: mi: 180 } in Occasum.

11 ... AM.m Azum: - Umb: Sin: = 90 } In Ortu.
12 ... AM.m Azum: + Umb: Dex: = 90 }

Siuis asimutum numerari a termino australi lineae meridi: Sequentes corrige uti infra

13 ... PM.m Azum: + Umb: Sin: = 90 } In Occasu.
14 ... PM.m Azum: - Umb: Dex: = 90 }

15 S. Azum: - Umbra = 0. In Septentr:
16 S Azum: + Umbra = 180. In Meridie.

vide figuras harum regularum et casuum. ad calcem libri

Exempli gratia. Julii 15 post Meridiem, inveni Umbram in Gradu 30 Dextri Quadrantis; Solem vero altum 23 grad: & gradum ferè 20um Declinationis Borealis attingentem; unde Azumith erat, gr: $91\frac{1}{2}$. At in Tabula [P.M. Azum: - Umb: Dex:] est à Meridie in Occasum: quocirca $91\frac{1}{2}$-30, i.e. $61\frac{1}{2}$ est Declinatio Muri Meridionalis in Occasum vergentis.

Rursus; Eodem Julii 15° post Meridiem, inveni Umbram in 57 Gr: Sinistri Quadrantis; & Altitud: Solis $22\frac{1}{10}$: Unde Azumith erat graduum 93. At [PM Azum: + Umb: Sin: ex 180] est à Septentrione in Occasum. Ergo 93+57 ex 180, id est, 30 gr: est

13 ... PM.m Azum: + Umb: Sin: = 90 } In occasu:
14 ... PM.m Azum: - Umb: dex: = 90 }
16 ..... m. Azum: - Umb: = 0. uel. 90 } in meridie:
15 ..... m. Azum: + umb: = 180 ..... } in septentr:

Nota quod in figuris Analemmatis Umbra dextra ponit Solem ad Sinistram et Umbra Sinistra Solem ad Dextram Kathiti plani muralis.

eſt Muri Borealis in Occaſum vergentis Declinatio.

Prout Horizontem, Meridianumve, reſpicit murus aut Planum, ita Nomen ſuum quod in eo deſcribitur Horologium ſortitur; veluti, ſi Planum Reclinans, Declinet etiam à Meridie in Ortum, ejuſdem Horologium dicitur Meridionale Reclinans Declinans in Ortum.

Cap. II.

Linearum, quæ in deſcribendis Sciotericis præcipuæ uſui ſunt, Declaratio.

1. Lineæ Horariæ, ſunt interſectiones Circulorum Horariorum cum Plano Sioterici.

2. E Lineis Horariis, Principalis eſt Meridiana, ſeu Linea horæ duodecimæ, quæ eſt ipſa interſectio à plano Meridiani loci cum plano Scioterico facta. Et, ab hâc, Linearum Horar: diviſio principium ducit.

3. Circulorum Horariorum plana omnia in planum Æquinoctiale perpendiculariter cadunt, dividuntque æqualiter in 24 partes, per lineas rectas quæ ſunt Lineæ Horarum in Æquinoctiali; at cætera plana omnia dividunt inæqualiter. Circulorum autem Horariorum communis Interſectio in Polis eſt & Axe Mundi ſive Æquinoctialis.

4. Horologii Stylus (lineam illam intelligo à qua Umbra projicitur) Axis Mundi ſegmentum eſſe ſupponitur; ideóque ita ſemper locandus eſt, ut extre-

mitatibus ſuis exactè Mundi Polos reſpiciat, extremitate ſc: ſuperiori polum apparentem & inferiori occultum.

5. Quare, ſi planum interſecet mundi *Axin*, Sciotericum in eo deſcriptum Centrum habebit, è quo Lineæ omnes Horariæ ducuntur: At ſi Planum Axi Parallelum ſit, non habebit Centrum ſed Lineæ omnes Horariæ erunt tum Stylo tum ſibi invicem parallelæ.

6. Subſtylaris eſt Linea Plani Stylo proxima, cui Stylus perpendiculariter imminet; eſt enim Meridianus Loci illius in Terra, cui Planum eſt Horizontale; in Ortum à ſubjecto Loco elongati, ſi Subſtylaris inter Horas Matutinas cadat; at in Occaſum, ſi inter Pomeridianas: Differentia Longitudinum, eſt Arcus Æquinoctialis inter Subſtylarem & Meridianum Æquinoctialis interceptus.

7. Elevatio Poli ſupra *P*lanum Scioterici, eſt Angulus quem Stylus conſtituit cum Subſtylari.

8. Eſt alia inſuper Linea inſignioris uſus, Interſectio ſcilicet Plani Æquinoctialis cum Plano Horologii; vulgò *Linea Contingens*, quoniam in eâ ſolâ Lineæ Horariæ Scioterici, Lineæque Horariæ Æquinoctialis ſeſe mutuò interſecant; Et, quoniam Centrum Æquinoctialis in ipſo Axi eſt, ejuſmodi Linea Subſtylarem ad rectos angulos ſecat.

9. In Planis omnibus Auſtralibus, Polus Auſtralis elevatur; in Borealibus, Borealis: duobus tantum Caſibus exceptis, ut ſuo Loco dicetur, in quibus Polus oppoſitus elevatur; ideoque Subſtylaris & Stylus inventus trans Centrum in oppoſitam Partem protrahendus erit. 10. Scio-

10. Scioterici Delineatio tribus distinctis Operationibus perficitur; hoc Ordine: Prima est, Meridianam, Substylarem, & Stylum, debitis Locis inscribere. Secunda est, Lineam Contingentem ducere; & Æquinoctialem, cum Meridiana, Lineísque ejus Horariis, ad Contingentem usque protrahere. Tertia est ipsas Scioterici Lineas Horarias describere, & Numeris propriis notare.

11. Eadem Meridianæ, Substylaris, & Styli Inscriptio duobus aliquando diversi Generis Scioterícis inservit: scilicet, vel Chartam cui inscribuntur sursum vorsum invertendo, ut in directè Septentrionalibus aut Australibus; vel faciem aversam ejus ostendendo ut in Orientalibus aut Occidentalibus Erectis. Aliquando etiam quatuor Generis inservit; tam Anteriorem quam Aversam faciem Invertendo.

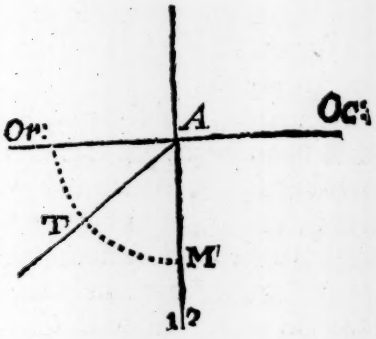
Cap. III.

De Scioterico Horizontali.

1. IN Plano Horizontali, Meridianus, seu Linea Duodecimæ, à Septentrione in Meridiem exactè ducit *r*; ideoque Meridiano Loci subest: Eadem quoque Substylaris est: & Angulus Styli supra eam inclinati, æqualis est Elevationi Polari, seu Latitudini, Loci.

2. Ut delineetur igitur, Duc in Plano Lineam Ortum & Occasum directè indicantem; hanc in Puncto A, circa medium, secet perpendicularis AM;

quæ simul & Meridiana & Substylaris erit; Punctum autem A Centrum erit Scioterici; & Linea Prima *Or. Oc.* Hora 6ta.



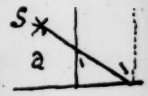
Pedem circini in puncto A fige, & altero pede ad quodvis Meridianæ latus Quadrantem describe; in quo, à Merdianâ incipiens, arcum MT Altitudini Polari æqualem numera; &, per terminum ejusdem, è Centro A, Lineam AT producito, quæ Stylum dabit.

Cap. IV.

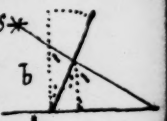
De omnimodis Sciontericis directè Septentrionalibus, aut Australibus; sive Erecta sint, sive Obliqua.

1. IN Planis omnibus directè Septentrionalibus aut Australibus, tam erectis quam obliquis, Meridiana

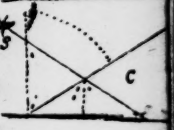
ridiana in Lineam Horizonti parallelam perpendiculariter cadit; Eadémque Subſtylaris eſt.



2. Si Planum Erectum ſit, Elevatio Styli ſupra Subſtylarem, æqualis eſt Complemento Elevationis Polaris. a



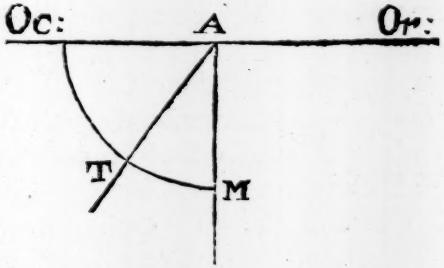
3. Si Planum ſit Auſtrale Inclinans, vel Septentrionale Reclinans; Elevatio Styli ſupra Subſtylarem, æqualis eſt Complemento Altitudinis Polaris, & Obliquitati, ſimul ſumptis.[b] At ſi Obliquitas Altitudini Polari major ſit, tum Angulus Elevationis Styli erit Recto Major[c]: Si verò æqualis fuerit, Planum æquinoctiali Parallelum eſt[d]; Stylus ergo è Centro A ad rectos angulos erigendus eſt.



4. Si Planum ſit Auſtrale Reclinans, vel Septentrionale Inclinans; Elevatio Styli ſupra Subſtylarem æqualis eſt Differentiæ, Complementi Altitudinis Polaris, & Obliquitatis.[e] At ſi Obliquitas, Complemento Polari, major fuerit;[f] Polus oppoſitus elevatur, (qui unus eſt è caſibus antea memoratis *Cap.* 2. *Sect.* 9.) Si verò Obliquitas, Complemento Polari, æqualis fuerit;[g] Planum Axi parallelum eſt: ideóque Sciotericon in eo deſcriptum Centro carebit; uti dictum eſt *Cap.*2. *Sect.* 5.

5. Ad delineandum igitur quodvis hujus generis Sciotericon, ducatur primùm in Plano Linea Horizonti parallela (quæ ſimul in Ortum & Occaſum dirigitur:) Hæc circa medium in Puncto A ſecetur à Perpendiculari AM, quæ & Meridiana & Subſtylaris erit; Punctum autem A Scioterici Centrum erit, (ſi ſaltem Centrale fuerit,) & linea illa prima *Or. Oc.* Hora VIta modò omnino reperiatur. *Pede* circini in

in puncto A fixo, ad quodvis Meridianæ latus, pede altero Quadrantem deſcribe, (infra lineam *Or. Oc.* in *Auſtralibus* Planis, ſupra verò in Septentrionalibus; & in hoc Quadrante, à Meridianâ, numera arcum MT, æqualem Elevationi Styli ſupra Subſtylarem, (per 2am, 3am, 4am Sectionem inventæ;) Et è Centro A, per Terminum ejuſdem, duc Lineam AT Styli futuri; ut in Schemate præcedenti tranſpoſitis ſolum Literis *Or. Oc.*

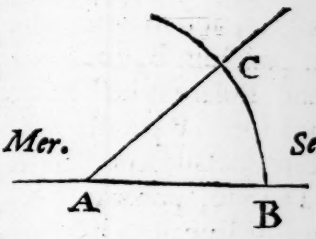


Cap. V.

De Sciotericis, Directè Orientalibus & Occidentalibus, Erectis.

IN directè Orientalibus & Occidentalibus Erectis; nec Centrum eſt nec Meridiana, cùm Planum hujuſmodi plano Meridiani parallelum ſit: Sed Subſtylaris in lineam Horizonti parallelam, ad angulum *Altitudini Polari* æqualem, inſiſtit, Septentrionem ſupernè indicantem: *Stylus* autem ei parallelus imminet.

Ad



Ad Sciotericum igitur hujuſmodi delineandum, ducatur in Plano linea Horizonti parallela, notatis extremitatibus ejus ad Boream & Meridiem. Et Centro A, prope Meridionalem extremitatem electo, Quadrantem verſus Borealem deſcribe; In quo arcum BC Altitudini Polari æqualem deſignans, Lineam AC Subſtylarem extende.

Cap. VI.

In Planis, directè Orientalibus & Occidentalibus, Inclinantibus aut Reclinantibus, Meridianam, Subſtylarem, & Stylum inſcribere.

1. Primo, Ducatur in plano Meridiani, linea Horizonti parallela AB, notatis extremitatibus ejus ad Boream & Meridiem. Hæc circa medium ſecetur à perpendiculari AC: Punctúmque A Centrum erit. Pedum altero circini ad punctum A fixo, altero ad Lineam AC Diametri extenſo, Quadrantem deſcribe, (infra Lineam primam, AB, verſus Meridiem, ſi Planum inclinet; ſuprà verò ad Boream, ſi reclinet:) Et, à Diametro AC incipiens, numera in Quadrante congruo tam Obliquitatem, quàm *Altitudinis Polaris Complementum*; Et, per *Arcuum* extremitates, è Centro A, Binæ producantur lineæ; quarum una vocetur, Linea *Obliquitatis*; altera, Linea *Polaris*:

Deinde

Deinde linea prima AB, è regione Quadrantis congrui, abſcindatur idoneum ſegmentum AB : &, per punctum B, duc lineam Diametro parallelam, lineam Polarem in P intercipientem. Quarta denique lineâ ipſi AB parallelâ, Lineámque Obliquitatis in O ſecante, claudatur Parallelogrammum ABPC.

Deinde, ponatur AK = AO = BL, verſus CP; & ducatur linea Horizontalis KL.

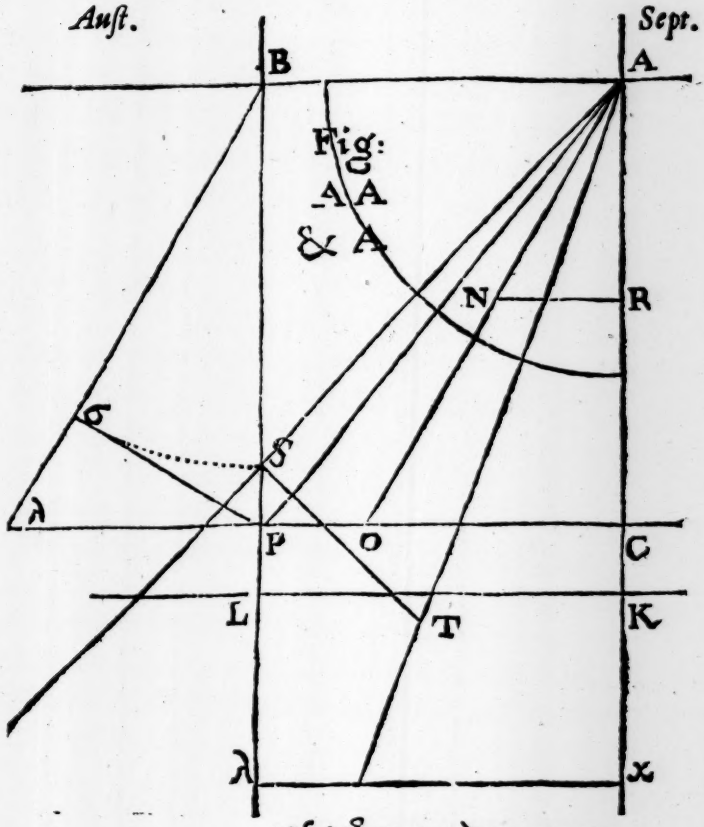
Poſtremò, ſuper Lineam Obliquitatis AO, menſuretur AN = CO, & ducatur NR ipſi AB parallela, deinde ſuper LB verſus B, ponatur LS = NR. Producatur AS pro ſubſtylari; in quâ, à Puncto S, erigatur ad rectos angulos ST = AR : &, pro Stylo, producatur AT, Subſtylari ad Angulum SAT inſiſtens. *Exemplum Scioterici in Plano Directo Orientali, Inclinante grad.* 30. *Vide in Figura* A.

Demonſtratio. Protrahe Lineas AC & BP ad uſq; κ & λ, addendo illis Longitudinem ipſius CO. Conſtitue dein Triang: Rectang: BPλ = ACO: Et, Plano in Lineis Bλ. Pλ. diſſecto, plicentur Lineæ CP & BP ad rectos angulos, (Antrorſum quidem pro[a] Inclinantibus, Retrorſum pro[b] Reclinantibus Planis,) adeo ut punctum λ in Triangulo, & alterum λ in linea Pλ coincidant: adeoque Plana ACBP, & BPλ in Planum Horizontale PCκλ ad Rectos Angulos inſiſtent. Atque, in hoc ſitu, quatuor cogitanda ſunt Plana; Planum ſc. Horizontale PCκλ, Planum Erectum ACPB (quod Meridiani Planum eſt,) & Planum Obliquum ABλκ = ABLK Plano Declinationis, quoniam Bλ = BL. Jam, ſi a Puncto P ducatur Linea Pσ, perpendicularis Hypotenuſæ Pλ Rectang:[li] Triang:[li] ~~APλ~~; BPλ

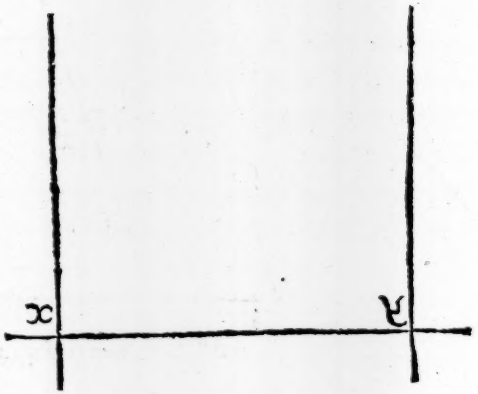
a.. pro Reclinantib; } meo judicio, ni fallor.
b. pro Inclinantib;

Orientale Directum Inclinans gr. 30.

Si linea κλ & triangulum BPλ desiut, etit Figura A.



BIBLIOTECA



APπ: patet, quòd linea imaginaria AC, Subſtylaris erit Plani Obliqui; &, quòd illi reſpondeat AS, in Plano Delineationis: quódque Altitudo Styli, in Puncto σ, ſit Pσ=AR=ST. Nam Triang: Rectang: Pσλ=ANR, quoniam Hypotenuſa Pλ=AN; & Angulus BλP=ANR, eſt Complementum Obliquitatis. *Demonſtrationi inſervit Figura* AA.

Cap. VII.

In Planis Auſtralibus aut Septentrionalibus Erectis, Declinantibus in Ortum aut Occaſum, Meridianam, Subſtylarem, & ſtylum inſcribere.

1. Ducatur primò Linea Horizonti Parallela AB. Diſtinguantur etiam extremitates ejuſdem ſeu Plagæ ad Ortum & Occaſum. Secetur autem in Puncto A, circa medium, à Perpendiculari AC, quæ Meridiana erit; Punctum A verò Centrum Scioterici.

Circini pedum altero in Centro A fixo, & altero ad AC tanquam Diametrum extenſo, ſemicirculum à plagâ Declinationi contrariâ deſcribe. In cujus quadrante (inferiori, ſi Meridionale ſit Planum; ſuperiori verò, ſi Septentrionale,) tam Declinationem, quam Complementum Elevationis Polaris, ab AC Diametro incipiens, numera: &, per arcuum duorum extremitates, binæ è Centro lineæ producantur, quarum una vocetur Linea *Declinationis*, altera *Polaris*. Deinde in Linea prima AB, verſus Semicirculum, ſegmentum abſcinde congruum AB: & à Puncto B producatur

producatur linea Diametro parallela, lineam Polarem in P ſecans: quartà denique lineâ PC, ipſi AB parallelâ, claudatur Parallelogrammum ABPC. Jam, ſuper Lineam Declinationis, aptetur AD = AB; pérque D, ducatur etiam FDE Diametro Parallela, Lineam AB in F, PC in E, ſecans.

Poſtremò, pro Subſtylari producatur AE, ſuper punctum verò E, ad rectos angulos, erigatur ET = DF; &, pro Stylo, ducatur AT, Subſtylari ad Angulum EAT inſiſtens.

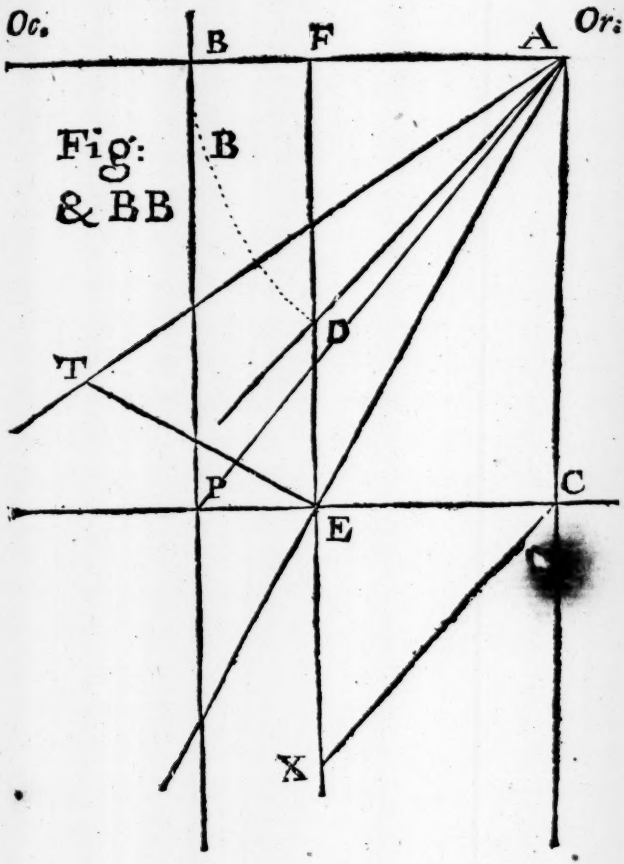
Exemplum Scioterici in Plano Auſtrali erecto, Declinante in Ortum gr: 42. 30'. *Vide in Figura* B. Ubi tamen, cœlantis incuriâ, deeſt linea AP. quam duxi calamo.

2. Demonſtratio. Si Parallelogrammo ACEF, adjiciatur Triangulnm CEX = AFD, tanquam in Plano Horizontali in quod Parallelogrammum ACEF ad Rectos Angulos inſiſtere ſupponitur, (plicato nempe in Linea CP Plano,) perſpicuè patet Rectangulum Triangulum ACX = ACP eſſe Gnomonem ſeu Stylum Horizontalem, Lineam vero CX Meridianam Plani Horizontalis, Stylumque AX Mundi Axin, & Rectangulum Triangulum AET = AEX Gnomon erecti Plani. *Demonſtrationi inſervit Figura* BB.

3. Notandum eſt, quod in Planis omnibus Declinantibus, quamvis etiam obliqua ſint, ſemper incipiendum erit ab ejuſmodi Figurâ, AFDECX (uti jam præceptum eſt,) ſecundum Declinationem, Muri Planive dati, delineatâ; cui addenda eſt etiam DG ipſi AF Parallela, erit ergo AG = XE. Quod ſemel monitum ſufficiat.

CAP.

Meridionale erectum, Declinans versus Orientem.



Si omittatur linea CX, erit Figura B.

Septentrionale erectum, Declinans versus Orientem.

Meridionale, Declinans versus Orientem gr:42½, & Inclinans gr: 24.

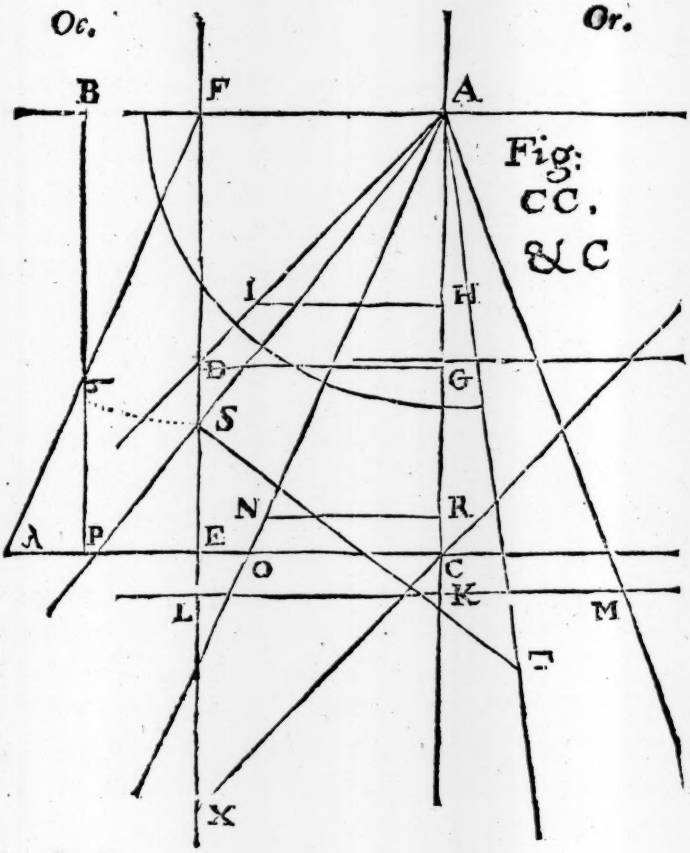


Fig: CC. & C

Septentrionale, Declinans versus Orientem, & Reclinans.

CAP. VIII.

In Planis Auſtralibus Decilnantibus & Inclinantibus, vel Septentrionalibus Declinantibus & Reclinantibus, Meridianam, Subſtylarem, & Stylum inſcribere.

1. DElineetur (ut prius *Cap. VII. Sect.* 3. prænonitum eſt) Figura AFDECX, ad datam Declinationem. Deinde, à Diametro AC incipiens, Plani Obliquitatem in Semicirculo numera; ductâq; Obliquitatis Lineâ AO, ponatur AK = AO = FL verſus CE; & producatur Linea Horizontalis LK.

Sumatur AH = CO; ductâque HI ipſi AB parallela, abſcindatur à Linea Horizontali KM = HI ad alterum Diametri latus: & pro Meridiano ducatur AM.

Poſtremò, Super Lineam Obliquitatis AO, menſuretur AN = AG + AH: & ducatur NR ipſi AB parallela: tum, ſuper Lineam LF verſus F, ponatur LS = NR, & protrahatur pro Subſtylari AS: à Puncto autem S, ad rectos Angulos, erigatur ST = AB: &, pro Stylo, producatur AT, Subſtylari ad angulum SAT inſiſtens.

Exemplum Scioterici in Plano Auſtrali, Declinanti in Ortum 42°, 30'; *& Inclinanti* 24°, 0'. *Vide in Figura* C.

Cap. IX.

In Planis Meridionalibus Declinantibus & Reclinantibus vel Septentrionalibus Declinantibus & Inclinantibus, Meridianam, Subſtylarem & Stylum inſcribere.

1. DElineetur ad *D*atum *D*eclinationem (uti prius *Cap.7. Sect.* 3. præmonitum eſt) Figura AFD⊏CX.

Deinde, à Diametro AC incipiens, Plani Obliquitatem in ſemicirculo numera; &, ductâ Lineâ Obliquitatis AO, ponatur AK= AO= FL, verſus CE; & ducatur Linea Horizontalis KL.

Deinde menſuretur AH= CO: &, ductâ HI ipſi AB parallelâ, ſumatur in Linea Horizontali KM= HI, & ad idem Diametri Latus; & ducatur, pro Meridiano, AM.

Poſtremò, in Obliquitatis Lineâ AO ponatur AN = GH differentiæ ſc. inter AG & AH: & ducatur NR, Lineæ AB Parallela.

Tum, ſi AG⊏AH (hoc eſt, EX⊏CO) ſuper lineam LX verſus X ponatur LS= NR. At ſi AG⊐AH (hoc eſt, EX⊐CO) ſuper Lineam LF verſus F ponatur LS= NR. Producatur pro Subſtylari AS; ſuper quam, à Puncto S, erigatur ad rectos angulos ST= AR, & producatur Linea Stylaris AT, Subſtylari ad Angulum SAT inſiſtens. Et in hoc Caſu ſecundo, quam AG⊐AH, Polus oppoſitus elevatur, (qui è Caſibus duobus alter eſt *Cap.* 2. *Sect.* 9. memoratis.) Et ſi AG= AH, hoc eſt EX= CO, Planum Axi Parallelum eſt; & quod in eo deſcribitur Sciotericum

tericum Centro carebit (ut *Cap. 2. Sect. 5.* monſtratum erat:) &, in iſto Caſu. AM Subſtylaris erit, non autem Linea Duodecimæ.

EXEMPLUM I.

Meridionale, Declinans verſus Orientem gr: $42\frac{1}{2}$. *& Reclinans gr.* 18. *pro Latitudine gr.* 51. 30'.

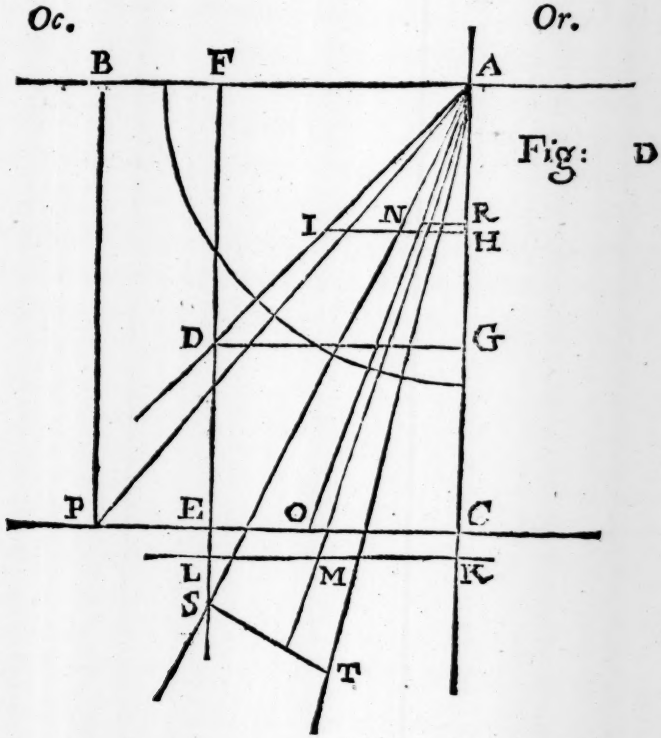


Fig: D

Septentrionale, Declinans verſus Orientem, gr. 42. & Inclinans gr. 18. pro Lat. gr. 51. 30'.

EXEMPLUM II.

Meridionale Declinans versus Orientem gr: 42½ & Reclinans gr: 40½. pro Latit: 51o. 30'.

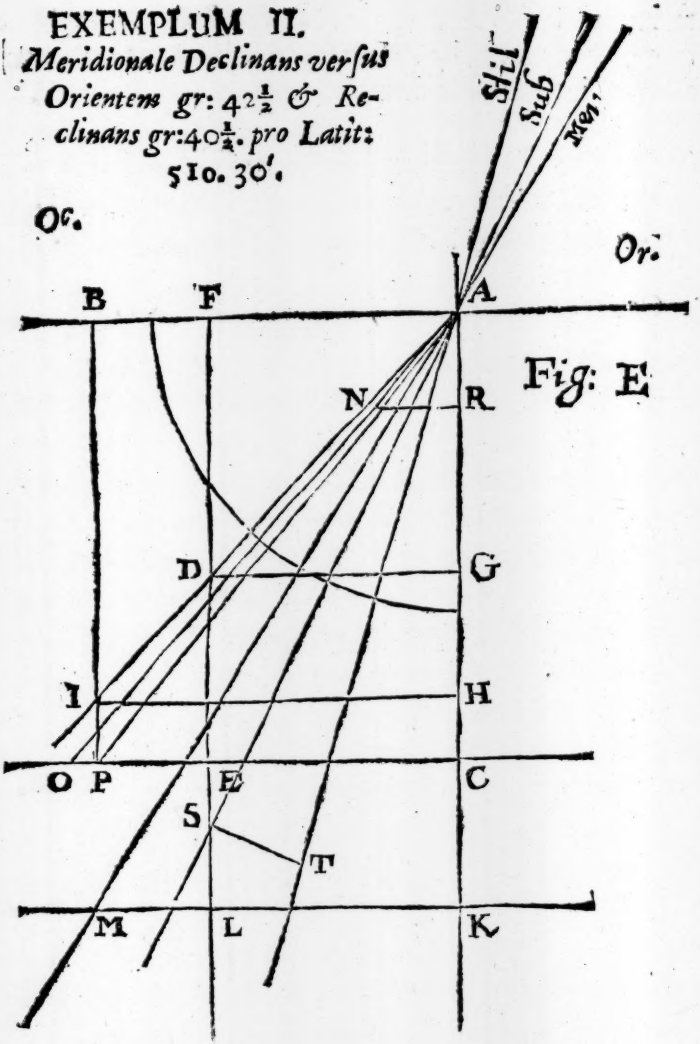
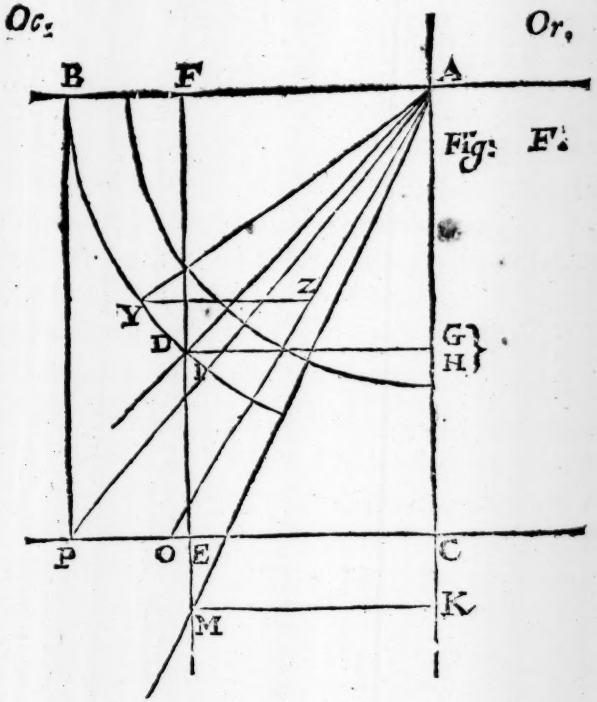


Fig: E

Septentrionale Declinans versus Orientem gr: 42.½
& Inclinans gr: 40½. pro Lat: gr: 51½

EXEMPLUM III.

Meridionale Declinans versus Orientem gr: $42\frac{1}{2}$. *& Reclinans gr:* 30†. *pro Latit:* 51°. 30′.



Septentrionale Declinans versus Orientem gr: $42\frac{1}{2}$. *& Inclinans gr:* $42\frac{1}{2}$. *pro Latit: gr:* $51\frac{1}{2}$.

Demonſtratio operis in Capitibus VIII & IX. Si Sciotericon Auſtrale fuerit Declinans ſimul & Inclinans; adauge Planum CEX, Papyrum adglutinando lineæ CE, (at ponè Planùm ACEP;) in qua ſub lineis CA & FF ponantur diſtantiæ Cκ & Eλ = CO; & per puncta κλ ducatur linea interminata.

Si verò Auſtrale fuerit *D*eclinans ſimul & Recli nans, protrahe lineas AC & FE verſus X, ad κ uſque & λ, addendo illis ipſam CO; & per puncta κλ ducatur linea interminata.

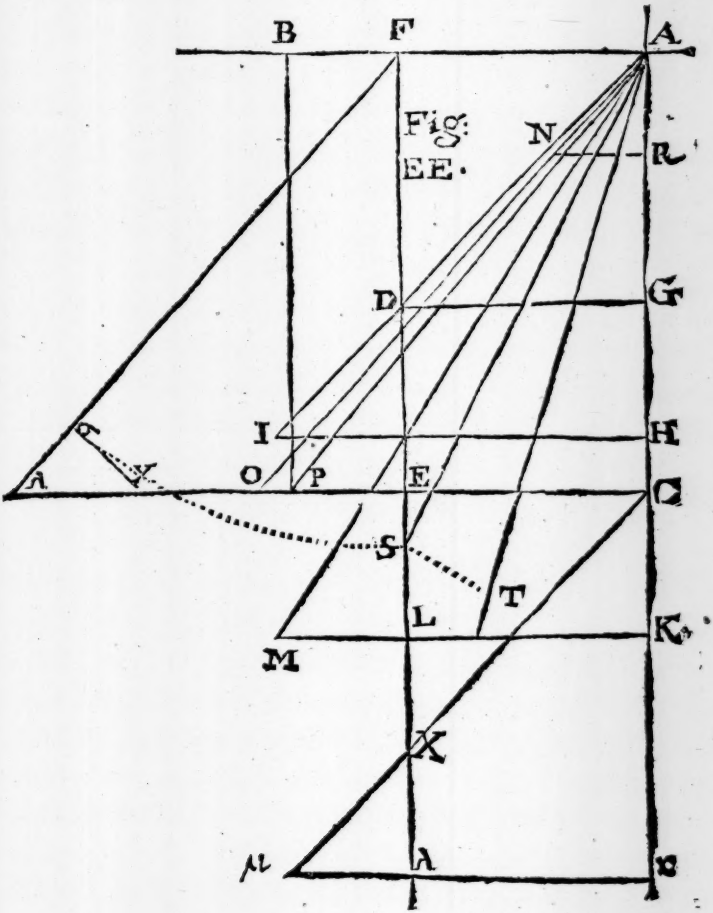
Deinde, ponatur Triang: Rectang: FEλ = ACO; &, diſſectâ Chartâ in lineis Eλ, Pλ, plicetur in lineis CE, FE, ad rectos angulos: (retrorſum quidem in *A*uſtralibus Inclinantibus, antrorſum in Auſtralib us Reclinantibus,) ita ut λ Trianguli, coincidat cum altero λ lineæ EλX. Plana igitur ACEF & ELP, ad rectos angulos inſiſtent Plano Horizontali XECκλ. Atque in hoc Situ quinque concipienda ſunt Plana; Planum ſc: Horizontale, XECκλ; Planum Erectum, ACEF; Planum Meridiani, ACX; quod etiam Gnomon Horizontale eſt; Planum Obliquum, AFλκ = AFLK Plano Declinationis, quoniam FL = Fλ. Tum, ſi à puncto X ducatur linea Xσ perpendicularis ipſi Fλ hypotenuſæ Triang: Rectang: FEλ; patet, lineam imaginariam Aσ Subſtylarem eſſe Plani Obliqui; eique Lineam AS in Plano Declinationis congruere; & Styli Elevationem à puncto σ eſſe Xσ = AR = ST; nam Rectang: Triang: Xσλ = ARN, quia Hypotenuſa Xλ = (AG ± AH) AN, & Angulus FλE = ANR Complemento Obliquitatis. Patet etiam, quod in *Caſu* 2do, *Capitis* 9ni, ubi AG ⊐ AH, hoc

hoc est, EX ⊐ Eλ, Polus oppositus elevetur.

Postremò, Si Meridianus Horizontalis CX producatur donec Lineæ λκ in puncto μ occurrat; Linea κμ æqualis erit & parallela ipsi KM = HI; nam Rect: Triang: Cκμ = AHI, quo niam Cκ = CO = AH, & Ang: κCμ = ECX = HAI.

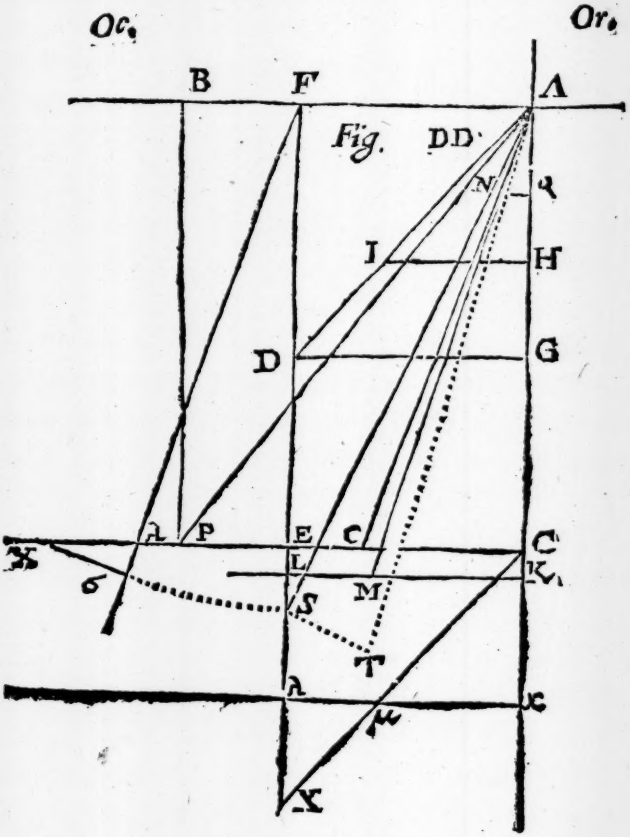
Demonstrationi inserviunt Figuræ Literis duplicibus notatæ CC. DD. EE. FF. *Figuris*, C, D, E, F, *congruentes.*

Meridionale Declinans verſus Orientem, & Reclinans:
In quo AG ⊏ AH. Hoc eſt, EX ⊏ (CO =) EA.



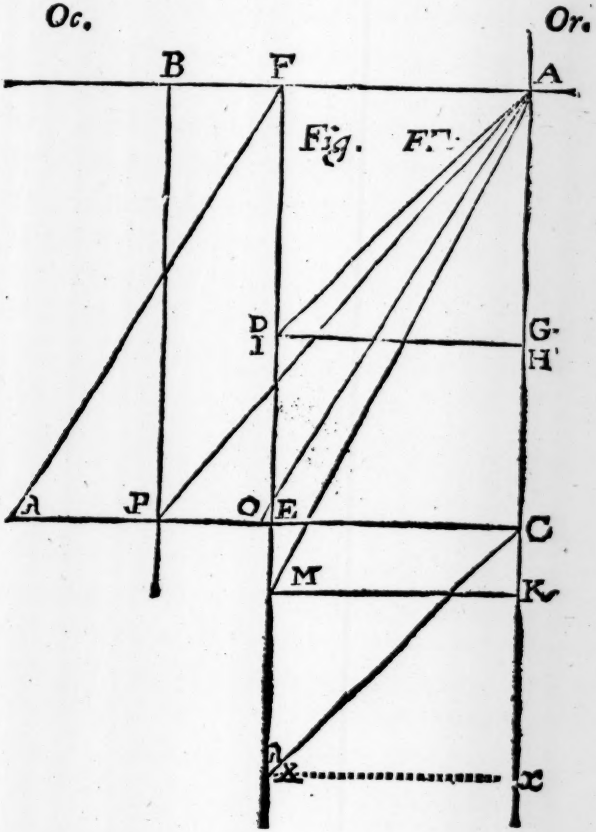
Septentrionale Declinans verſus Orientem & Reclinans.

Meridionale Declinans verſus Orientem, & Reclinans:
In quo AG⌐AH, *hoc eſt*, EX⌐(CO=)Eλ.



Septentrionale Declinans verſus Occidentem
& Inclinans.

Septentrionale Declinans versus Orientem, & Reclinans:
In quo G *&* H *sunt idem punctum : Hoc est,*
X *&* ϡ :*Vel* CO═EX.



Septentrionale Declinans versus Orientem & Inclinans

Cap. X.

Lineam Contingentem, & Æquinoctialem, cum Meridiana cæteris q; Lineis ejus Horariis, ducere.

1. PEr Regulas præcedentes (ſecundum Plani ſitum) debitè inſcriptis, Meridiana AM, Subſtylari AS, & Stylo AT; accipiatur in Subſtylari (ubi magis appoſitum videbitur) punctum quodlibet Q, è quo linea longiſſima ad rectos angulos extendatur; cujus extremitas ad Ortum literis *Or*, ad Occaſum *Occ*, notetur. Hæc Linea *Or. Q. Oc.* vulgò *Linea Contingens* dicitur; & reverâ eſt Unica Communis Interſectio plani Æquinoctialis, & plani Sciotherici. Ubi hæc linea ſecat Meridianam AM, affige Literam N.

2. Centrum Æquinoctialis Æ, (è quo deſcribendus eſt in Sciothericis Centralibus,) punctum eſt in Subſtylari, quod à puncto Q tantum diſtat, quantum ipſum Q, à viciniſſimo Styli Puncto, Circino diſtare inveneris. At ſi non fuerit Centrale Sciothericum: quodlibet Subſtylaris punctum pro Centro Æquinoctialis aſſignare licet; hâc tantum obſervatâ Regulâ, quod quantum à Contingente diſtat Centrum Æquinoctialis, tantum à Subſtylari Stylum diſtare & parallelos eminere neceſſe eſt.

3. Hoc itaque modo inveſtigato Æquinoctialis Centro Æ, deſcribatur ex eo (quolibet autem Intervallo,) *Contingentem* verſus, Semicirculus Æquinoctialis

ctialis; hoc est, ab utroque Substylaris Latere Quadrans Deinde, Punctis Æ, N, admotâ Regulâ, ducatur Linea ÆN, Circulum Æquinoctialis secans in M. Linea autem ÆM Meridiana Æquinoctialis erit; à quâ sumitur initium Æquinoctialis utrinque dividendi in Horas, per Arcum 15 Graduum, vel in Semihoras per dimidiatos ejusmodi Arcus. Per divisiones verò singulas, è Centro Æ, obscuræ producendæ sunt lineæ ad Contingentem terminatæ: Quæ Lineæ Horariæ Æquinoctialis erunt.

4. Inde hæc oriuntur Consectaria. Primo, quòd in omnibus Sciotericis, quibus eadem Linea & Meridiana simul & Substylaris est, eadem quoque est Meridiana Æquinoctialis.

Secundò, quòd in Orientalibus & Occidentalibus Erectis, illa Æquinoctialis Diameter quæ Lineæ Contingenti parallelos jacet, ejusdem est Meridiana.

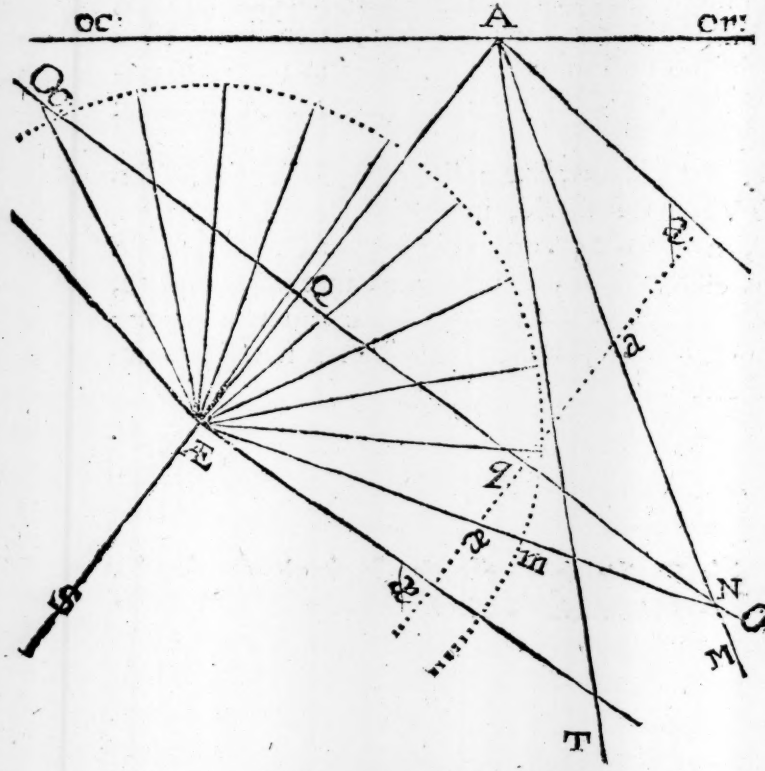
Tertiò, quòd Arcus Æquinoctialis inter Meridianam ejus, & Substylarem est Differentia Longitudinis, seu Miridiani, Loci subjecti, & Loci illius in Terra cui Planum istud Horizontale est; Locus autem iste ad easdem Partes Substylaris ubi Meridiana situatur; hoc est, ad Plagam illam cui vergit Declinatio, Orientem sc. vel Occidentem: At si Arcus iste nihil fuerit, idem est utriusque Loci Meridianus, & Latitudine tantum differunt.

Quartò, quod Orientalia Occidentalia Erecta, Illis sunt Horizontalia, qui, sub Æquinoctiali, à Meridiano Loci gr. 90. in Ortum aut Occasum distantes habitant.

Postremò,

Postremò, quòd Orientalibus aut Occidentalibus, Inclinantibus aut Reclinantibus, Meridianus est à Meridiano Loci minùs 90 gr. remotus; & quò major Planorum Obliquitas, eò minor Meridianorum Differentia est.

5. Accipiemus, Exempli gratia, Sciotericon (*Capitis* VIII i) Australe, in Ortum Declinans gr. 420. 30′, nclinans 240. 00′; ut in *Figura* C. Cujus haud opus esse, opinor, Practicen ex integro deponere, quum perspicuè satis hoc Capite jam tractata sit: sufficiat Lineas ipsas cum symbolis seu notis suis describere.

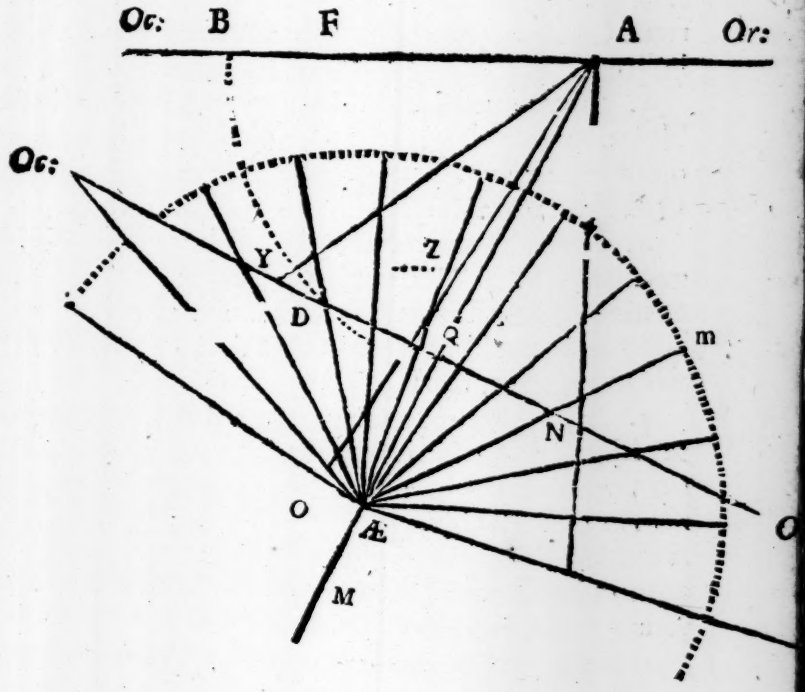


6. In tertio autem Casu *Capitis* IX. quoniam AM Substylaris est, & non Linea XII æ. Meridiana Æquinoctialis peculiari Methodo indagatur, secundum hoc Theorema.

Ut Radius, ad Sinum Declinationis, ::
Ita Sinus Complementi Obliquitatis.
Ad Arcum Æquinoctialis, qui est destantia, Meridianæ Æquinoctialis à Substylari versus plagam Declinationis,

Geometricè

Geometricè verò ſic perficitur. Radio AB deſcribatur Arcus BD : & ſuper Lineam Obliquitatis AO, ponatur AZ=AF ; &, per punctum Z, ducatur Linea ZY, ipſi AB parallela,& Arcum BD ſecans in Y: jungantur etiam AY : adeoque habetur Angulus BAY ; cui Angulus æqualis AÆm ponatur intra Circulum Æquinoctialem. Accipiatur, Exempli gratia, Sciotericon (in 3tio *Caſu* IXi *Capitis*) Auſtrale Declinans in Ortum 43°. 30'. Reclinans 30°.



CAP.

Cap. XI.

Lineas Horarias describere, & proprias quamque numeris notare.

1. Quoniam Linea Contingentiæ *Or. Q. Oc.* unica est Linea utriusque Planis, tum Æquinoctialis tum Scioterici, communis, & in eâ designatos habes Linearum omnium Horarium Terminos, facillimum erit & ipsas Lineas Horarias ducere.

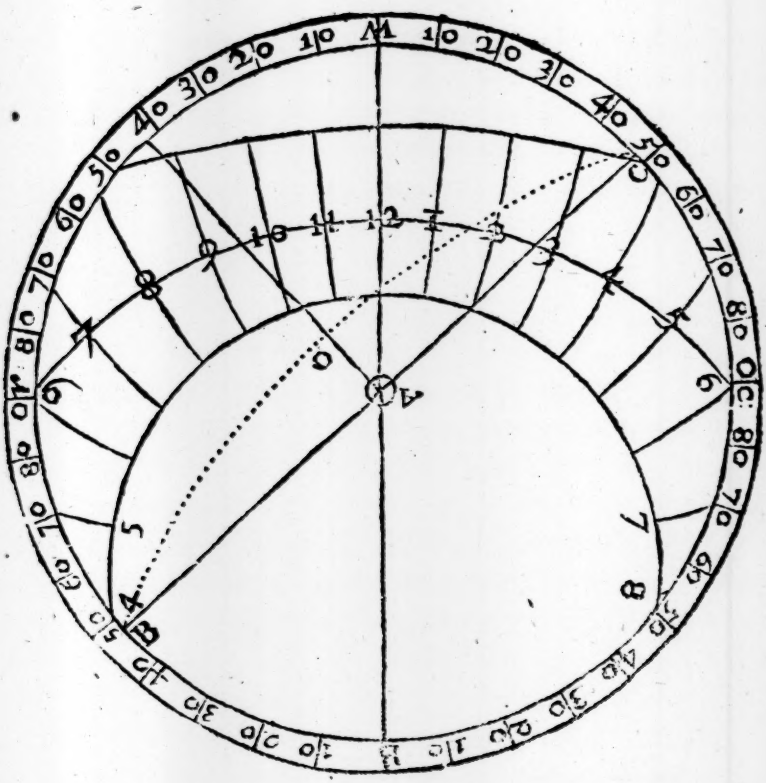
2. Nam, si scioterico Centrum fuerit; applicetur Centro A Regula; & per Singulas successivè Notas Lineæ producantur; quæ, si opus fuerit, etiam trans Centrum protrahendæ erunt, ut oppositas Horas indicent.

3. Si verò non fuerit Centrum; per Singulas hasce Notas, singulæ ducantur Lineæ, Substylari Parallelæ: quæ Lineæ erunt Horariæ. Stylus autem, ad distantiam QÆ Elevatus, Substylari Prrallelos imminebit.

4. Lineæ Horariæ Numeris suis hoc modo distinguendæ sunt. A Meridiana incipe, eique XII affige: & inde cæteris Lineis prout serie suâ jacent, à partibus Occidentalibus ascribe XI, X, IX, VIII, &c. ab Orientalibus, I, II, III, &c.

5. In hoc autem punctum omne tuleris, modò plures Lineas non descripseris, quàm quæ aliquo Anni tempore usu veniant: Quod Instrumento Projectionis Horizontalis invenitur: In quo inscribuntur tantum Meridianus Æquinoctialis, Tropicus uterque & quantum è Circulis Horariis inter Tropicos intercipitur: Centro autem affigitur Diameter mobilis BAC, una cum Radio perpendiculari A 90, in gradus suos divisо; ut in Schemate videre est.

Instrumento



Inſtrumento autem ſic utimur. Gradus Obliquitatis, puncto delebili O, notetur in Radio: quem Gradui Declinationis in Margine affigas, (à Partibus quidem congruis, ſi Planum Inclinet; Oppoſitis verò, ſi Reclinet:) Deinde, per Extremitatis utraſque Diametri mobilis, punctumque Obliquitatis O, Arcum Circuli COB ductum puta: Arcus iſte, à Partibus Convexis, Planum Inclinans repreſentabit; à Concavis autem, Reclinans; Ideoque Horas Plano ritè deſcribendas exhibebit.

Exempli gratia. Sit Planum Auſtrale in Ortum Declinans gradus 42°, 30'. Inclinans gradus 24; vel Planum Boreale Declinans in Occaſum 42°, 30'. Reclinans 24°. Applicetur Radius graduis 42°, 30', inter Ortum & Meridiem; notetur etiam Obliquitas Litera O. Deinde per tria hæc Puncta data, B, O, C, Arcum Circuli occultè ductum puta. Arcus iſte à parte Convexa (hoc eſt, in Auſtrali Inclinanti) ab Exortu Solis uſque ad Primam Pomeridianam Horas indicabit: à Parte autem Concavâ (hoc eſt in Plano Boreali Reclinanti) à Secunda Pomeridiana ad Occaſum.

Obſervandum eſt Diametrum nobilem Murum aut Planum Erectum repreſentare, cui Declinatio illa 42°, 30', contingit.

Et ad hanc Methodum in omnimodis aliis Plani Poſitionibus vel Declinatione vel Obliquitate diverſis hoc Inſtrumento utendum eſt.

6. Si Lineæ alicui Horariæ, ſive Æquinoctialis ſive ipſius Sciorerici, non ſit, intra Chartam, *Contingentis* Occurrendæ locus, adeo ut non detur Punctum Interſectionis

ſectionis cui congruè ducatur Linea: Contingentem utcunque in puncto *q* ſeca, ductâ Subſtylari parallelâ, quæ datam quoque Lineam Horariam ſecet: Sic Tres Lineæ dantur, ſcilicet ÆQ, Centri Æquinoctialis à Contingente Diſtantia; AQ Centri Sciotetici à Contingente Diſtantia; & Parallelæ Segmentum inter Contingentem & Lineam Æquinoctialis horariam datam: Ex his Quarta invenitur, nempe Segmentum ejuſdem Parallelæ inter Contingentem, Lineamque Horariam Sciotetici quæſitam. Ut in Schemate *Cap.* X. *Sect.* 5.

ÆQ. AQ:: qæ. qa.
Vel AQ, ÆQ:: qa. qæ.

7. Quoniam in Sciotericis fortaſſe VIIIi *Capitis*, Punctum S Centro nimis propè inciderit, adeo ut Subſtylaris minus certo duci queat: Angulum CAS è Canone Triangulorum hoc modo invenire potes.

Ut Sinus ſemi-ſummæ, Complementi Altitudinis Polaris, & Obliquitatis;
Ad Sinum Differentiæ eorundem::
Ita Tangens ſemi-complementi Declinationis;
Ad Tangentem *Arcus Primi.*

Rursus,

Ut Sinus ſemi-ſummæ, Polaris Altitudinis, & Obliquitatis:
Ad Sinum Differentiæ eorundem::
Ita Tangens ſemi-complementi Declinationis;
Ad Tangentem *Secundi Arcus.*

Tum,

Hæc Figura ita aptanda est figuræ pag. 40. ulcirca ipsius Centrum A convertì possit.

Hæc Figura agglutinanda est à tergo figuræ CC, prout dirigitur Cap. IX. Sect. 2.

Hæc Figura agglutinanda est à tergo figuræ AA, Cap. 6. ut lineis similiter notatis diligentiùs subsistit

Tum, ſi Altitudo Polaris Obliquitatem excedat; Arcuum Differentia æqualis erit Angulo CAS: ſin minùs, utrorumque ſumma.

8. In Sciotericis etiam *Capitum* VIIIi & IXi, ſi Angulus CAM pro Meridiano, inventu difficilior fuerit: dicito

Rad. Sin: Obliquitatis :: Tang: Declin. Tang: CAM.

SOLI DEO LAUS ET GLORIA.

FINIS.